Wilhelm Schipper

Mathematikunterricht zwischen Offenheit und Zielorientierung

Basispapier zum Modul 3:
Schülervorstellungen aufgreifen – grundlegende Ideen entwickeln

Die Geschichte des Mathematikunterrichts könnte u.a. als eine Geschichte heftiger Pendelausschläge im Spannungsfeld zwischen Kindorientierung und Sachorientierung beschrieben werden. Extreme Ausrichtungen der Stoffauswahl und -anordnung an der „Natur der Sache" (z. B. bei den sogenannten Sachrechenmethodikern in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhundertes) werden in vergleichsweise kurzer Zeit durch wiederum extreme Ausrichtungen an der „Natur des Kindes" abgelöst – und umgekehrt. Heute hat sich die Einsicht durchgesetzt, dass wir beides beachten müssen; im Mathematikunterricht der Grundschule müssen wir Schülervorstellungen aufgreifen, uns also an der „Natur des Kindes" orientieren, und zugleich grundlegende mathematische Ideen entwickeln.

Zu diesem Ansatz passt die konstruktivistische Sichtweise auf das Mathematiklernen der Kinder, das als ein Prozess der eigenen, zugleich sozial vermittelten Konstruktion von Wissen verstanden wird. Anderseits gibt es aber auch mathematische Inhalte (z.B. schriftliche Rechenverfahren), die sich der Entdeckung der Kinder weitgehend entziehen, weil sie mehr oder weniger willkürliche Konventionen enthalten, die nicht entdeckt werden können. Zum Spannungsfeld zwischen Kindorientierung und Sachorientierung kommt ein weiteres Spannungsfeld hinzu, das den mathematischen Lernprozess der Kinder charakterisiert: Mathematiklernen zwischen Invention und Konvention, zwischen eigenen Entdeckungen und der Übernahme von Konventionen.

Lehrerinnen und Lehrer, die den Lernweg der Kinder zwischen Invention und Konvention begleiten und unterstützen wollen, stehen selbst in einem weiteren Spannungsverhältnis, nämlich dem zwischen Offenheit und Zielorientierung. Ein moderner Mathematikunterricht verlangt einerseits Offenheit gegenüber den höchst unterschiedlichen kindlichen Lernwegen, andererseits eine klare Zielperspektive und die Kompetenz, den Weg des Kindes zum mathematischen Ziel erfolgreich zu unterstützen.

Ausgehend von drei Beispielen mehr oder weniger gut gelungener Entscheidungen in diesem Spannungsfeld zwischen Offenheit und Zielorientierung (Kap. 1) werden drei Formen der

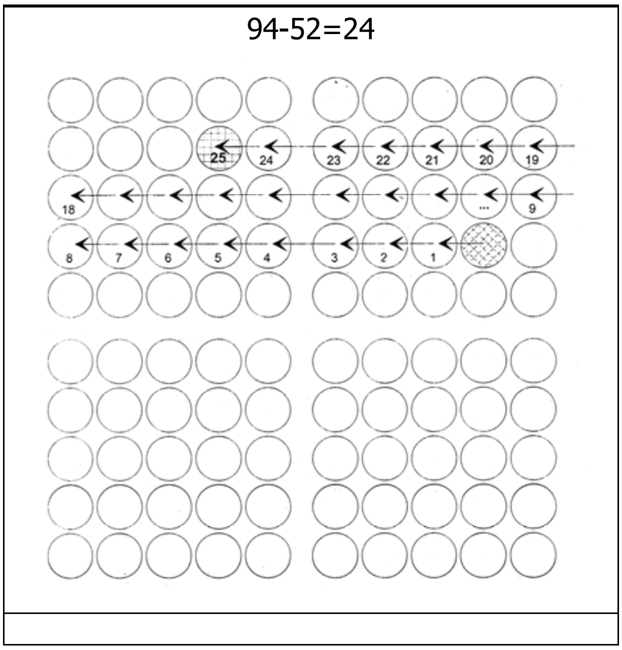
Öffnung von Mathematikunterricht diskutiert (Kap. 2). Anschließend werden Elemente eines guten Mathematikunterrichts zwischen Offenheit und Zielorientierung vorgestellt und mit Beispielen konkretisiert (Kap. 3). Der Anhang gibt konkrete Anregungen für eine Weiterarbeit „vor Ort".

1. Das alltägliche Spannungsfeld zwischen Offenheit und Zielorientierung

<u>Cora</u>

Cora besucht die zweite Klasse. Ihre Lehrerin weiß, dass sie in Mathematik Schwierigkeiten hat. Deshalb erlaubt sie ihr ganz besonders jetzt, bei Aufgaben des Typs ZE±ZE mit Zehnerübergang, das Lösen der Rechenaufgaben mit Hilfe von Material.

Das bietet sie nicht nur Cora an: „Wer die Aufgaben noch nicht so rechnen kann, der darf das Hunderter-Feld benutzen.", sagt sie allen Kindern immer wieder. Bei der Aufgabe 94-52 nimmt Cora ihr Hunderter-Feld. Ihre Handlungen an diesem Material, das nach Aussagen der Lehrerin als zentrales Arbeitsmittel für das Rechnen im Zahlenraum bis 100 sehr sorgfältig eingeführt worden ist, zeigt die nebenstehende Abbildung. (Weitere Beispiele dieser Art finden Sie in Rottmann / Schipper 2002 und Schipper 2003).

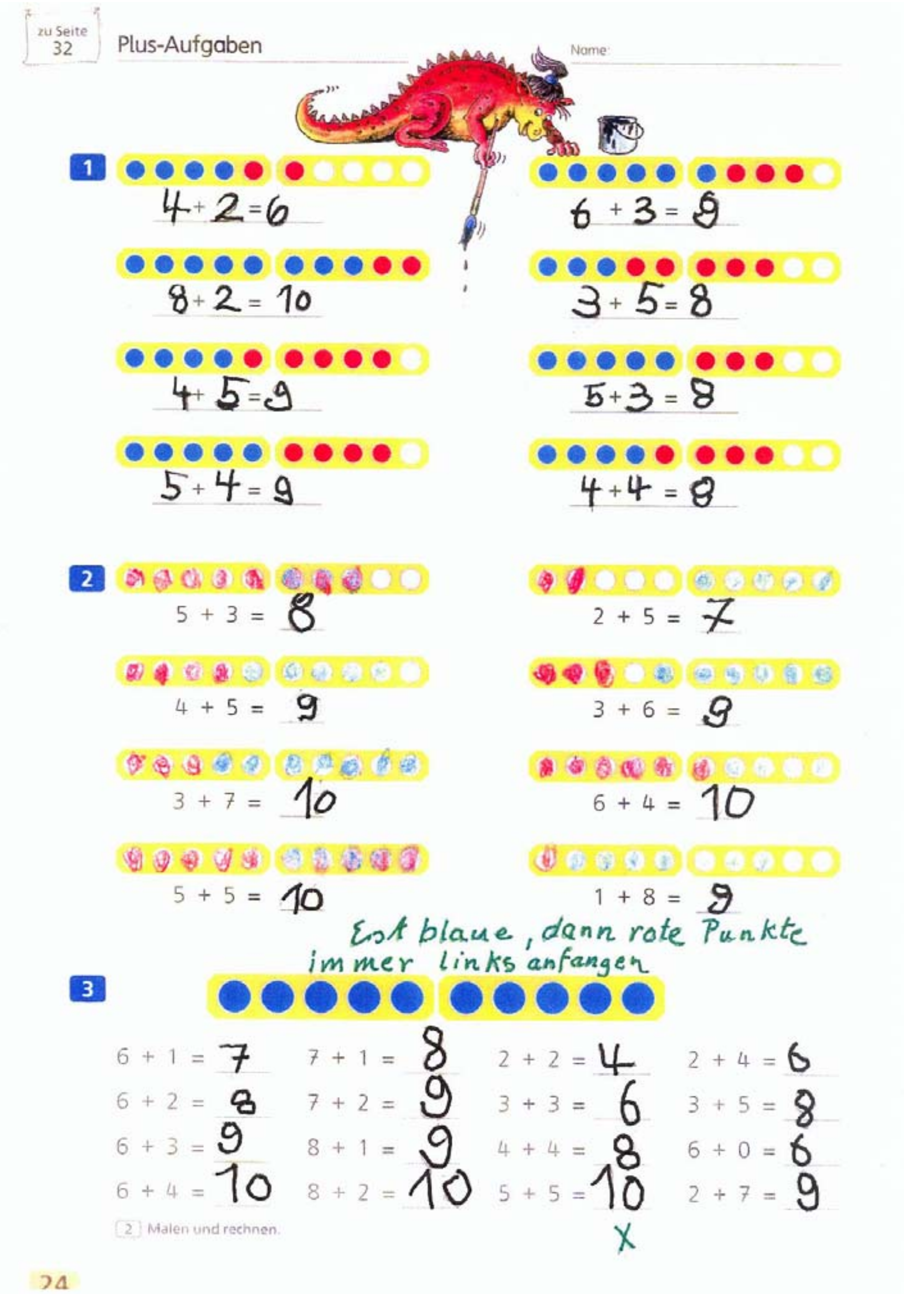


Fragen und Anregungen

- Rekonstruieren Sie Coras Lösungsweg. Welche Fehler macht sie, wie können sie entstanden sein?
- „Wer die Aufgaben noch nicht so rechnen kann, der darf das Hunderter-Feld benutzen." Was halten Sie von dieser Äußerung der Lehrerin?
- Wie stehen Sie selbst dazu, Kindern auch noch gegen Ende des zweiten Schuljahres das Lösen von Rechenaufgaben mit Hilfe von Material zu erlauben?

Ines

Ines geht schon fast ein halbes Jahr lang in die erste Klasse. Das Rechnen macht ihr keinen Spaß. Immer muss sie Wendeplättchen nehmen und in die Rechenschiffchen legen. Dann muss sie malen. Später schaut die Lehrerin nach, was sie gemalt und geschrieben hat. Manchmal schreibt sie etwas dazu. Ihre Mutter liest Ines dann vor, was die Lehrerin geschrieben hat. Dieses Mal steht dort: „Erst blaue, dann rote Punkte, immer links anfangen“.



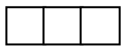
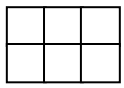
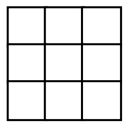
Fragen und Anregungen

- Ines ist in der Bielefelder Beratungsstelle wegen Verdachts auf Rechenstörungen angemeldet worden. Was hat die Eltern wohl dazu veranlasst?
- Wie beurteilen Sie den Kommentar der Lehrerin?

Alina und Leonard

Eine Vorgabe bei der Entwicklung von „Bildungsstandards im Fach Mathematik – Jahrgangsstufe 4" (vgl. www.kmk.org) war es, die Standards mit Beispielaufgaben zu illustrieren. Eine Lehrerin hat einige dieser Aufgaben aus den Entwurfsfassungen in ihrer vierten Klasse erprobt, darunter auch eine zum Thema „Muster und Strukturen", von der hier nur die Aufgaben (a) und (e) gezeigt werden.

a) Dieses Muster beginnt mit einem Streifen aus 3 Kästchen. Zeichne das 4. Bild.

1. Bild	2. Bild	3. Bild	4. Bild
			

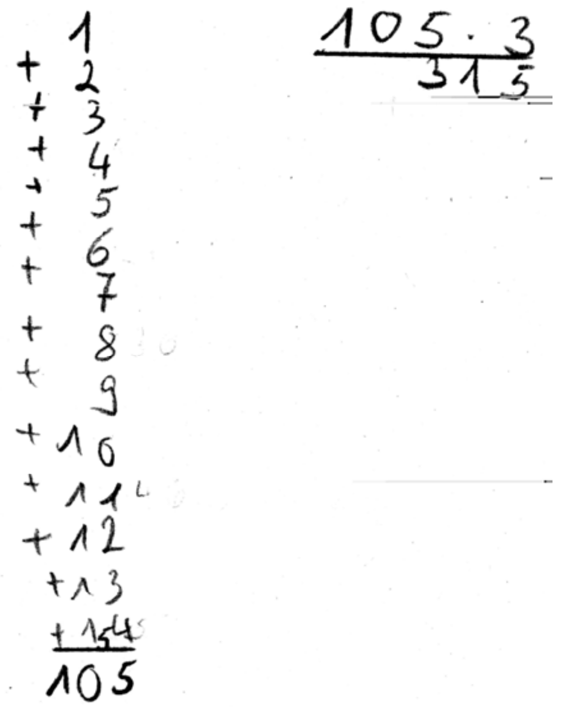
e) Anke zeichnet das Muster von Aufgabe a) vom ersten bis zum 14. Bild. Wie viele Kästchen hat sie dafür insgesamt gezeichnet?

Fragen und Anregungen

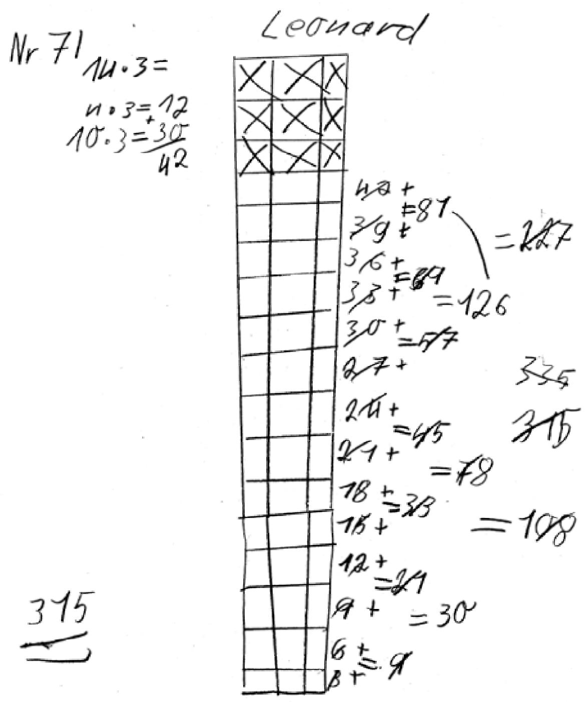
- Lösen Sie die Aufgabe e) zunächst einmal selbst. Finden Sie verschiedene Lösungswege? Können Sie dazu auch eine Gleichung entwickeln?
- Welche Lösungen erwarten Sie von Kindern einer vierten Klasse?
- Würden Sie Ihrer eigenen vierten Klasse die Aufgabe e) stellen?
- Auf der nächsten Seite sind die Lösungen von zwei Viertklässlern abgedruckt. Hätten Sie Alinas Lösungsweg erwartet?
- Verstehen Sie Leonards Lösungsweg?
- Von den 20 Kindern einer Erprobungsklasse haben 6 Kinder die Aufgabe richtig gelöst, 11 weitere Kinder die Lösung versucht, ohne zum richtigen Ergebnis zu kommen (davon 3 Kinder mit falschem Ansatz, 8 Kinder mit einem Rechenfehler) und 3 Kinder haben es gar nicht erst versucht. Wie bewerten Sie dieses Ergebnis?

Die folgenden Abbildungen zeigen Alinas und Leonards Lösungen der Aufgabe e).

Alina



Leonard



Eine Anregung:

Dem Verfasser dieser Modulbeschreibung schienen die o. a. Beispiel gut geeignet für einen Einstieg in die Thematik „Offenheit und Zielorientierung im Mathematikunterricht der Grundschule". Wenn Sie diese Ansicht teilen, dann könnten ja auch Sie in Ihrer weiteren Arbeit an diesem Modul mit diesen Beispielen beginnen. Legen Sie Ihren Kolleginnen und Kollegen diese Beispiele (oder Beispiele, die Ihnen besser geeignet erscheinen) vor und diskutieren Sie zunächst ohne weitere Kommentierung Ihrerseits über sie. Meine Interpretation dieser Beispiele erfolgt – analog zu dem vorgeschlagenen Verfahren – auch erst jetzt, nachdem Sie sich mit ihnen auseinandergesetzt haben.

<u>Wie offen darf offener Mathematikunterricht sein? – Das Beispiel Cora</u>

Cora und Ines sowie Alina und Leonard stehen für Kinder, die alltäglich den mehr oder weniger gut gelungenen Entscheidungen ihrer Lehrerinnen im Spannungsfeld zwischen Offenheit und Zielorientierung (vgl. Schipper 2001) ausgesetzt sind. Coras Lehrerin weiß um die großen rechnerischen Probleme des Mädchens und weiterer Kinder ihrer Klasse und möchte ihnen offensichtlich helfen. Sie bietet ein Verfahren an, das für viele Kinder in der ersten Hälfte des ersten Schuljahres notwendig und hilfreich war: „Wer die Aufgaben noch nicht so rechnen kann, der darf das Material benutzen." Dieses Angebot spricht auf den ersten Blick für Offenheit der Lehrerin den kindlichen Lern- und Lösungswegen gegenüber: Jedes Kind darf die Aufgabe auf seine individuelle Art und Weise lösen.

Bei einer genaueren Betrachtung muss man sich aber fragen, wie es geschehen kann, dass ein Kind wie Cora am Ende des zweiten Schuljahres beim Arbeiten mit Material noch so große Schwierigkeiten hat. Hat die Lehrerin bisher nicht wahrgenommen, welche Fehler Cora schon bei den Materialhandlungen macht? Aus der Zahl 94 wird die 49 (Zahlendreher), diese stellt Cora in der vierten Reihe auf dem neunten Feld dar (Zeilenfehler), geht dann um 25 statt 52 (Zahlendreher) Schritte zurück (Abzählen in Einer-Schritten, kein Nutzen der Zehner-Struktur) und identifiziert das Lösungsfeld als „zweite Reihe viertes Feld, also 24" (Zeilenfehler). Es kann als sicher angenommen werden, dass Cora diese häufigen Zahlendreher und Zeilenfehler nicht zum ersten Mal zeigt. Sie wird diese Fehlerstrategien über einen längeren Zeitraum entwickelt und stabilisiert haben. Warum hat die Lehrerin das bisher nicht bemerkt? Ist sie den Lern- und Lösungswegen der Kinder gegenüber tatsächlich offen oder verbirgt sich hier unter dem Etikett der Offenheit das genaue Gegenteil davon, nämlich die fehlende Bereitschaft, sich tatsächlich auf die Denk- und Lösungswege der Kinder einzulassen? Ist das „offene" Angebot der Materialnutzung nur der Deckmantel dafür, nicht den schwierigen Versuch unternehmen zu müssen, den Lern- und Denkwegen der Kinder, wie sie sich z. B. in Materialhandlungen zeigen können, auf die Spur zu kommen? Hat sich die Lehrerin in der Vergangenheit intensiv genug um die Frage gekümmert, auf welche Weise ihre Kinder solche Aufgaben lösen, oder hat sie immer nur geprüft, ob die Lösungen rechnerisch richtig sind und im Falle von Rechenfehlern den Kindern gesagt, sie dürften ihr Material nutzen? Ist im Unterricht thematisiert worden, wie solche Aufgaben mit oder ohne Materialunterstützung gelöst werden können? Sind Rechenkonferenzen durchgeführt worden, die den Kindern Gelegenheit gegeben haben, einander ihre Rechenwege vorzustellen und über Vor- und Nachteile verschiedener Vorgehensweisen nachzudenken? Welche Vorstellung von der Funktion von Materialien beim Mathematiklernen hat die Lehrerin zu diesem Angebot der Materialnutzung veranlasst? Arbeitsmittel sollen Lernhilfsmittel, nicht nur Lösungshilfsmittel sein; sie sollen den Kindern bei der Entwicklung von Rechenstrategien, nicht nur bei der Ermittlung einer Lösung helfen. Ist sich die Lehrerin dieses Ziel und der daraus folgenden Konsequenzen (vgl. Schipper 2003) für Auswahl und Einsatz von Materialien bewusst oder reicht es ihr, wenn die Kinder richtige Lösungen abliefern, wie auch immer sie diese erreicht haben?

Diese Fragen machen deutlich, dass es im alltäglichen Spannungsfeld zwischen Offenheit und Zielorientierung auch zu Grenzüberschreitungen kommen kann, zu einer zu einseitigen „Offenheit", die nicht mehr in genügendem Maße mit der notwendigen Zielorientierung verbunden ist. Das Akzeptieren, besser noch: das Herausfordern individueller Lösungswege der Kinder sollte selbstverständlicher Bestandteil unseres Mathematikunterrichts sein. Das bedeutet aber nicht, dass die Kinder allein gelassen werden dürfen. Die Lehrerin hat vielmehr die Aufgabe, die Vorgehensweisen der Kinder zu beobachten, sie möglichst zu verstehen und auf Fortsetzbarkeit hin zu bewerten. Enthält das individuelle Verfahren des Kindes Elemente, an die im Sinne eines Weiterlernens erfolgreich angeknüpft werden kann? Oder führen die Wege des Kindes in eine Sackgasse (z. B. weil das Arbeitsmittel bloß als reine Zählhilfe verwendet, die Struktur des Materials nicht genutzt wird) mit der Folge, dass das Kind auf Dauer erhebliche Probleme im Mathematikunterricht haben wird? Diese Fragen kann allein die Lehrerin beantworten, weil nur sie weiß, welche Anforderungen in der Zukunft auf die Kinder zukommen werden. Ein guter Unterricht verbindet also die Offenheit gegenüber den kindlichen Denk- und Lösungswegen mit einer klaren Zielperspektive für weitere Lernwege: Welche Bausteine mathematischer Kompetenz des einzelnen Kindes sind als Anknüpfungspunkte für ein erfolgreiches Weiterlernen geeignet? Wo muss unterstützend bzw. korrigierend interveniert werden?

<u>Welche Ziele sind bei einer Zielorientierung wichtig? – Das Beispiel Ines</u>

Ines löst alle Rechenaufgaben richtig. Das allein reicht der Lehrerin offensichtlich nicht. „Erst blaue, dann rote Punkte, immer links anfangen", ist ihre Forderung bezogen auf die Art und Weise der ikonischen Bearbeitung der Aufgaben. In dem verwendeten Schulbuch werden Additionsaufgaben tatsächlich immer mit blauen Wendeplättchen für den ersten und mit lückenlos anschließenden roten Plättchen für den zweiten Summanden dargestellt. Dahinter steht die Absicht, Kindern immer wieder eine vertraute Darstellung anzubieten, denn Variationsvielfalt in der Darstellung kann zu Verständnisproblemen führen. Deshalb kann diese Regel „Erst blau, dann rot und immer links anfangen" für Schulbuchautoren wichtig sein, um Probleme in dieser ersten Phase der (Weiter-) Entwicklung des Verständnisses für die Addition zu minimieren. Aber: Ist die Regel damit auch für Kinder wichtig? Welchen zusätzlichen Lerngewinn haben die Kinder, wenn sie sich an diese Regel halten? Wichtig ist doch an dieser Stelle bloß, dass die Kinder in der Lage sind, Additionsaufgaben in eine Materialhandlung bzw. eine ikonische Darstellung zu übersetzen und auf diese Weise zu lösen. Ob sie das mit roten oder blauen Wendeplättchen oder mit grünen oder gelben Steckwürfeln lückenlos oder auf zwei verschiedenen Tischen machen, ist an dieser Stelle völlig belanglos. Es geht einzig um den intermodalen Transfer zwischen der symbolischen, ikonischen und enaktiven Ebene. Die in der Regel sich ausdrückende scheinbare Zielorientierung der Lehrerin - Mache es genau so, wie im Schulbuch! - ist nur ein Ausweis fehlender Zielklärung: Welches Ziel soll mit dieser Übung erreicht werden und welche Aspekte der geforderten Tätigkeiten der Kinder sind deshalb wichtig?

Eine solche Zielklärung bildet die notwendige Basis für eine gelungene Zielorientierung. Allerdings setzt dies fachdidaktische Kompetenz voraus. Je geringer diese ist, desto größer ist die Gefahr, dass Nebensächlichkeiten wie „blau vor rot" so dominant und unterrichtsprägend werden, dass die Kernideen des Mathematiklernens (z. B. intermodaler Transfer) im Hintergrund verschwinden. Dann bestimmen nicht mehr die substanziellen mathematischen Inhalte und Prozesse sondern nur noch deren Verpackung das Unterrichtsgeschehen. Die Kinder werden zur Einhaltung von Regeln gezwungen, die sie nicht verstehen und die für den eigentlichen Prozess des Mathematiklernens nicht wichtig sind. Schlimmer noch: Die Kritik der Lehrerin wegen des Verstoßes gegen die von ihr gesetzten Bearbeitungsregeln wird von den Kindern (und ihren Eltern) so verstanden, dass damit eine negative Beurteilung der *mathematischen Kompetenz* des Kindes ausgesprochen worden ist: Verdacht auf Rechenstörungen wegen Regelverstoßes.

<u>Kindern Mathematik zumuten - Das Beispiel Alina und Leonard</u>

Wie kreativ und zugleich individuell unterschiedlich Kinder herausfordernde mathematische Probleme bearbeiten können, wenn ihnen keine Vorschriften über Lösungswege aufgezwungen werden, zeigt das Beispiel von Alina und Leonard. Die Aufgabe, die Summe der ersten 14 Vielfachen von 3 zu berechnen, gehört sicher nicht zu den Standards des Mathematikunterrichts der vierten Klasse, wenn unter Standards „Normalanforderungen" an den (imaginären) „Durchschnittsschüler" verstanden werden. Berücksichtigt werden muss aber, dass „Normalanforderungen" und „Durchschnittsschüler" Konstrukte sind, die in einem diametralen Gegensatz zur real existierenden Leistungsheterogenität in unseren Grundschulen stehen. Da es einen solchen „Durchschnittsschüler" nicht gibt, können auch nicht alle Kinder zum gleichen Zeitpunkt das Gleiche auf gleichem Wege lernen. Die Lösung dieses alten Differenzierungsproblems besteht in einer produktiven Nutzung der Heterogenität. Das bedeutet nicht, dass die Lehrerin unterschiedlichen Kindern unterschiedliche Anforderungen zuweist; Differenzierung allein durch Zuweisung kann letztlich nicht gelingen, weil wir nie exakt wissen können, welche Aufgabe wir jedem einzelnen Kind für die „Zone der nächsten Entwicklung" anbieten müssen. Zu einer produktiven Nutzung von Leistungsheterogenität gehört vielmehr, dass allen Kindern immer wieder auch herausfordernde Aufgaben gegeben werden, die sie allein oder in Gruppen mit den ihnen je individuell zur Verfügung stehenden Mitteln zu lösen versuchen. Auf diese Weise entstehen im Klassenverband Lösungen auf unterschiedlichem Niveau fortschreitender Mathematisierung. Diese wiederum können und sollen in Rechenkonferenzen thematisiert werden, so dass die Kinder voneinander lernen können.

Die meisten Kinder, die eine Lösung der Aufgabe e) versucht haben, haben die ersten vierzehn Vielfachen von 3 (3, 6, 9, ..., 42) untereinander aufgeschrieben und dann - offensichtlich nach dem Verfahren der schriftlichen Addition - die Summe dieser Produkte berechnet; dabei haben acht von ihnen einen Rechenfehler gemacht. Alina und Leonard zeigen ganz andere Vorgehensweisen. Alina addiert zunächst die ersten vierzehn natürlichen Zahlen und verdreifacht dann die Summe. Für ein Kind im vierten Schuljahr ist dies Ausdruck eines tiefen Verständnisses von Rechengesetzen: Sie nutzt die Distributivität und rechnet $3\cdot(1+2+ \ldots +14)$ statt (wie die anderen Kinder) $1\cdot3 + 2\cdot3 + \ldots + 14 \cdot3$ zu rechnen. Irritierend ist allerdings, dass sie das Produkt $105\cdot3$ anscheinend auf schriftlichem Wege rechnet. Konnte sie diese Aufgabe etwa nicht im Kopf rechnen? Hat sie vielleicht nur deshalb die schriftliche Form gewählt, weil dies Gegenstand des aktuellen Mathematikunterrichts ist? Oder wollte sie uns nur zeigen, wie im Unterricht solche Aufgaben üblicherweise gerechnet werden?

Leonards Lösung ist aus der Perspektive des Erwachsenen sicher weitaus weniger elegant. Sie vermittelt auf den ersten Blick den Eindruck von Chaos: keine „sauberen" Gleichungen nebeneinander, stattdessen zahlreiche Durchstreichungen. Die Versuchung ist groß, Leonards Lösung nicht genauer zu betrachten, denn das ist unbestritten mühsam. Aber es lohnt sich. Zunächst macht Leonard eine Skizze, d.h. er nutzt von sich aus ein wichtiges mathematisches Werkzeug. Die Summe ermittelt er im Sinne des gestützten Kopfrechnens. Dabei schätzt er durchaus richtig ein, dass der Versuch, alle Summanden auf einmal zu berechnen, ein höchst riskantes Unternehmen wäre. Deswegen berechnet er Teilsummen und summiert diese weiter: 3+6=9 und 9+12=21 sowie 9+21=30. In gleicher Weise rechnet er 15+18=33, 21+24=45, dann 33+45=78. Mit 30+78=108 hat er die Summe der ersten acht Vielfachen von 3 berechnet. Ein Rechenfehler unterläuft ihm im oberen Teil. 27+30=57, 33+36=69 und 39+42=81 sind noch richtig, ebenfalls die Rechnung 57+69=126. Der Fehler tritt auf bei der Rechnung 126+81=227. Das führt zunächst zur Abschlussrechnung 227+108=335. Dieses Ergebnis streicht er durch, ersetzt es durch 315, streicht auch dieses Ergebnis wieder, notiert dann aber - doppelt unterstrichen - 315 links unten als Endergebnis. Warum er sowohl 335 als auch 315 streicht, könnte er uns nur selbst sagen. Aber die Vermutung ist nahe liegend, dass das Durchstreichen hier zwei verschiedene Bedeutungen hat, nämlich einerseits ein Zeichen dafür ist, dass die Rechnung mit diesen Zahlen abgeschlossen ist - ganz so, wie bei vielen mittelalterlichen Rechenverfahren (vgl. Schipper 1998a) - andererseits das Durchstreichen der Zahl 335 eine Fehlerkorrektur darstellt.

Leonards Lösung ist ein typisches Beispiel für eine „Eigenproduktion“ (Selter 1993): Er hat seine individuelle, informelle Lösungsstrategie gefunden, das für ihn komplexe Problem zu lösen. Die Lösung ist - aus einer abgehobenen mathematischen Perspektive - nicht elegant, aber sie ist ausbaufähig. Sie kann in einer Rechenkonferenz thematisiert, mit anderen Lösungen verglichen werden und so für Leonard zu einem Anknüpfungspunkt für ein Weiterlernen im Sinne der fortschreitenden Mathematisierung werden: produktive Nutzung von Leistungsheterogenität.

2. Drei Formen der Öffnung von Mathematikunterricht

Öffnung von Unterricht ist ohne Zweifel ein Qualitätsmerkmal der Arbeit in der Grundschule. Diese Form der Unterrichtsgestaltung gestattet den Kindern z. B. ein individuelleres Lerntempo, Prioritätenentscheidungen in einem vorgegebenen Rahmen, eigene Schwerpunktsetzungen u.v.a.m. Vielen Lehrerinnen und Lehrern, die einen offenen Unterricht praktizieren, gelingt dies in der Regel im Deutsch- und Sachunterricht besser als im Mathematikunterricht. Vor allem der ausgeprägte Lehrgangscharakter wird von vielen als Erschwernis bei dem Versuch der Öffnung des Mathematikunterrichts empfunden.

In diesem Abschnitt werden drei Formen der Öffnung von Mathematikunterricht diskutiert, die organisatorische Öffnung sowie die inhaltsbezogene und prozessbezogene Öffnung. Ein guter Unterricht zeichnet sich durch eine in sich stimmige Kombination aller drei Formen von Öffnung aus. Dennoch ist der prozessbezogenen Öffnung besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Denn gerade von einer intensiveren Orientierung des Mathematikunterrichts an den Prozessen der Bearbeitung mathematischer Probleme ist eine nachhaltige Verbesserung der Qualität des Unterrichts und der Kompetenzen der Kinder zu erwarten.

2.1 Organisatorische Öffnung

Wegen der o. g. Schwierigkeiten wird Öffnung von Mathematikunterricht manchmal auf eine rein organisatorische Öffnung reduziert: Rechenpäckchen aus Schulbüchern oder Kopiervorlagen mit Aufgaben zum Ausmalen von Bildern werden in den Tages- bzw. Wochenplan eingebunden, hin und wieder werden auch in Mathematik Stationen zum Lernen aufgebaut. Wie dürftig manche der veröffentlichten Vorschläge für ein solches „Lernen an Stationen in der Grundschule" (Bauer 1997) sind, haben Sundermann und Selter (2000) nachdrücklich gezeigt. Was vordergründig wie ein „Lernen mit allen Sinnen" (z. B. die Faktoren einer Malaufgabe mit Klanghölzern schlagen, dann die Aufgabe lösen) oder „handlungsorientiertes Üben" (an Ziffer-Fühlkarten die beiden Faktoren der Malaufgabe ertasten) aussieht, entpuppt sich bei näherem Hinsehen als Aktionismus, der den Kindern keine Chancen eröffnet, ihre mathematischen Kompetenzen (z.B. ihr Wissen über die Zusammenhänge zwischen verschiedenen Malaufgaben) zu vertiefen.

Dass solche Aufgaben Kindern angeblich „Spaß machen", ist kein hinreichender Grund für ihren Einsatz. Aufgaben dieser Art sind vielmehr kontraproduktiv für die sehr positiv einzuschätzende und notwendige Öffnung von Unterricht, denn Kritiker dieser Bewegung werden sich mit Wonne auf solche Beispiele stürzen und – zu Recht – die fehlende Zielorientierung anprangern. Wir brauchen nicht nur ein bisschen organisatorische Öffnung des Mathematikunterrichts, sondern eine Offenheit als Grundhaltung dem kindlichen Mathematiklernen gegenüber. Diese tiefgehende Form der Offenheit ist dann auch viel einfacher mit einer klaren Zielorientierung zu verbinden, als die nur organisatorischen Formen der kindlichen Beschäftigung.

Diese kritischen Äußerungen dürfen nicht missverstanden werden als eine prinzipielle Kritik an der organisatorischen Öffnung von Unterricht. Sie kritisieren vielmehr die Reduktion der Bemühungen um Öffnung von Mathematikunterricht einseitig auf den organisatorischen Aspekt. Tagesplan und Wochenplan sowie Stationenarbeit können wichtige Strukturelemente eines offenen Mathematikunterrichts sein. Notwendig ist jedoch ihre Integration in zugleich inhalts- und prozessbezogene Formen der Öffnung. Im Klartext: Die Organisationsformen allein öffnen den Unterricht nicht; auch mit Tages- und Wochenplan kann man einen Mathematikunterricht durchführen, der geschlossener nicht sein könnte. Eine Öffnung den kindlichen Denk- und Lernwegen gegenüber beginnt erst, wenn diese Organisationsformen in einen Unterricht integriert werden, der auch inhalts- und – vor allem – prozessbezogen geöffnet ist.

2.2 Inhaltsbezogene Öffnung

Ein inhaltsbezogen offener Mathematikunterricht verzichtet auf starre Detailfestlegungen, z.B. auf fixe Zahlenraumgrenzen oder auf unflexible Zuweisungen von Unterrichtsinhalten an bestimmte Schuljahre. Er reduziert die Anzahl der Routineübungen und ersetzt sie zunehmend durch herausfordernde Aufgaben. Er gibt Gelegenheit für ein „Mathematiklernen in Sinnzusammenhängen" (Schütte 1994) und stellt beziehungshaltige und fortsetzbare Probleme mit mathematischer Substanz in den Mittelpunkt des Unterrichts.

In den letzten Jahren begünstigen bildungspolitische Vorgaben wie KMK-Empfehlungen sowie Länderrichtlinien und -lehrpläne die inhaltsbezogene Öffnung des Mathematikunterrichts. So hat die KMK (Kultusministerkonferenz) Ende 2001 den alten Beschluss vom 26. März 1958 (in der Neufassung vom 03.12.1976) mit der genauen Festlegung von Formen schriftlichen Rechnens (einschließlich der Festlegung auf das ergänzende Rechnen bei der schriftlichen Subtraktion) endlich – wenn auch in aller Stille – dadurch begraben, dass der Anhang der o. g. Beschlüsse, in dem die Formen des Rechnens festgelegt wurden, ersatzlos gestrichen wurde. Lehrerinnen und Lehrer können nun größere Offenheit auch bei den schriftlichen Rechenverfahren walten lassen, ohne befürchten zu müssen, dass ihnen ein Verstoß gegen Rechtsvorschriften vorgeworfen wird.

Neuere Länderrichtlinien und -lehrpläne verzichten in zunehmendem Maße auf Detailfestlegungen. So gibt es insbesondere kaum noch lange Kataloge von so genannten Beispielaufgaben, die von den Schulbuchautoren in ihre Werke aufgenommen werden mussten, um die Schulbuchgenehmigung zu bekommen. Das, was in den Richtlinien und Lehrplänen „Beispielaufgaben" genannt wurde, war via Schulbuchgenehmigung ein Mittel zur inhaltlichen und methodischen Engführung von Mathematikunterricht.

Größere inhaltsbezogene Offenheit bedeutet aber zugleich auch größere Verantwortung für Lehrerinnen und Lehrer bei der Stoffauswahl. Eine Orientierungshilfe bieten die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die 4. Jahrgangsstufe (vgl. www.kmk.org). Sie verzichten auf die klassische Einteilung der mathematischen Unterrichtsinhalte der Grundschule in Arithmetik, Geometrie sowie Sachrechnen und Größen und orientieren sich stattdessen an inhaltlichen Leitideen, die für den gesamten Mathematikunterricht – von der Grundschule bis zum Abitur und darüber hinaus – von zentraler Bedeutung sind: (1) Zahlen und Operationen, (2) Raum und Form, (3) Muster und Strukturen, (4) Größen und Messen sowie (5) Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.

In den Standards werden diese inhaltsbezogenen Kompetenzbereiche durch weitere Ausführungen konkretisiert und durch Beispielaufgaben illustriert, die die große Bandbreite unterschiedlicher Anforderungen und Schwierigkeiten im gleichen Inhaltsbereich aufzeigen sollen. Die konkrete Entscheidung für die Auswahl eines mathematischen Unterrichtsinhalts und die Gestaltung der einzelnen Aufgaben liegt bei der Lehrerin bzw. dem Lehrer. Die folgenden Leitfragen zur inhaltsbezogenen Öffnung von Mathematikunterricht (Bobrowski/Schipper 2001) können bei dieser Entscheidung helfen. Sie sollen auf Aspekte aufmerksam machen, die bei den Bemühungen um eine inhaltsbezogene Öffnung des Mathematikunterrichts – auch im Sinne der Zielorientierung – zu beachten sind.

Leitfragen zur inhaltsbezogenen Öffnung des Mathematikunterrichts
• Sind die von Ihnen ausgewählten Aufgaben problem- und beziehungshaltig? Welche Mathematik steckt in ihnen? Welche Anwendungsbereiche helfen diese Aufgaben zu erschließen? • Welche für Ihre SchülerInnen möglichen Entdeckungen von Mathematik erlauben die Aufgaben? Wie werden Ihre SchülerInnen ihre Entdeckungen vermutlich präsentieren? • Welchen Beitrag zur Vertiefung bzw. Erweiterung des geometrischen, arithmetischen bzw. sachrechnerischen Verständnisses leisten Ihre Aufgaben? • Wie sind Ihre Aufgaben in das System der inhaltsbezogenen Standards für den Mathematikunterricht in der Grundschule einzuordnen? Welche zentralen mathematischen Ideen können mit Hilfe dieser Aufgaben gefestigt werden? • An welche Vorkenntnisse knüpfen Ihre Aufgaben an? Wie reaktivieren Sie diese Vorkenntnisse? • Sind Ihre Aufgaben geeignet, bisher erworbene Kenntnisse und Fertigkeiten zu strukturieren und mit anderen Wissens- und Fertigkeitselementen zu verzahnen? • Für welche Themen/Inhalte des weiterführenden Mathematikunterrichts sind die anhand Ihrer Aufgaben erworbenen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten notwendige Voraussetzung?

- Welche Aufgabenvariationen sind geeignet, die von den Kindern anhand Ihrer Aufgaben gewonnenen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten zu stabilisieren und zu vertiefen?
- Wie prüfen Sie, ob die mit der Behandlung der Aufgabe verbundenen Ziele erreicht wurden? Wie prüfen Sie insbesondere das Verständnis, nicht nur die Fertigkeit?
- Wie sieht eine Fortsetzung Ihrer Aufgaben mit dem Ziel einer Erweiterung der bisher gewonnenen Erkenntnisse aus?

Konkretere Hilfen und zahlreiche Beispielaufgaben bietet die Beschreibung des Modul 1 „Gute Aufgaben für beziehungsreiches Üben".

2.3 Prozessbezogene Öffnung

Mathematiklernen ist ein Prozess der eigenen, aktiven und zugleich sozial vermittelten Konstruktion von Wissen. In erster Linie bestimmen daher die Prozesse der kindlichen Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen, wie erfolgreich Mathematiklernen stattfindet. Diese Prozesse müssen im Unterricht erlernt werden; sie sind Ziele und Gegenstand des Mathematikunterrichts zugleich. Das bedeutet, dass den Kindern nicht nur individuelle Wege der Lösung von mathematischen Problemen gestattet werden, dass ihnen nicht nur gestattet wird, über Mathematik miteinander und mit ihrer Lehrerin zu kommunizieren, sondern dass diese Prozesse herausgefordert und im Unterricht thematisiert werden (vgl. den Kasten „Einige wichtige Fragen im Mathematikunterricht").

Einige wichtige Fragen im Mathematikunterricht

- Wie hast du die Aufgabe gelöst?
- Wer hat die Aufgabe auf die gleiche Weise gelöst, wer auf eine andere Weise?
- Verstehst du, wie Lara die Aufgabe gelöst hat?
- Was ist an der Lösung von Lara anders als an deiner Lösung, was ist gleich?
- Welcher Weg ist kürzer, welcher länger? Bei welchem Weg muss man sich mehr merken, bei welchem mehr aufschreiben?
- Hätte man es auch noch ganz anders machen können?
- Was geschieht, wenn...?

Auch die „Bildungsstandards im Fach Mathematik - Jahrgangsstufe 4" tragen der zentralen Bedeutung prozessbezogener mathematischer Kompetenzen Rechnung. Sie formulieren *vor* (im Sinne auch von vorrangig) den inhaltsbezogenen fünf prozessbezogene Kompetenzen, die Kinder am Ende der Grundschulzeit im Fach Mathematik erworben haben sollten:

Standards für prozessbezogene Kompetenzen im Fach Mathematik

Problemlösen	- mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden - Lösungsstrategien entwickeln und nutzen, z.B. systematisch probieren - Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen
Kommunizieren	- eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren - mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden - Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten
Argumentieren	- mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen - mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln - Begründungen suchen und nachvollziehen
Modellieren	- Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen - Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen - zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren
Darstellen	- für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen - eine Darstellung in eine andere übertragen - Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten

Kinder zeigen diese prozessbezogenen Kompetenzen in der lebendigen Auseinandersetzung mit Mathematik und auf die gleiche Weise, nämlich in der tätigen Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen, werden sie erworben. „Die angestrebten Formen der Nutzung von Mathematik müssen daher auch regelmäßig genutzte Formen des Mathematiklernens sein.“ (Bildungsstandards im Fach Mathematik – Jahrgangsstufe 4).

Diese Forderung stellt durchaus nicht geringe Anforderungen an die Vorbereitung und Durchführung von Unterricht. Einige wesentliche Elemente einer prozessbezogenen Öffnung von Mathematikunterricht werden im Abschnitt 3 vorgestellt. Die folgenden Leitfragen können bei der Unterrichtsvorbereitung helfen.

Leitfragen zur prozessbezogenen Öffnung des Mathematikunterrichts
• Welche herausfordernde Aufgabe mit welchem konkreten inhaltlichen Kontext halten Sie für geeignet als Einstieg in den von Ihnen gewählten Themenbereich? • Welche individuell unterschiedlichen Herangehensweisen an die Aufgabe erwarten Sie von den Schülern? Welche Vorgehensweisen der Kinder sind fortsetzbar, welche führen in eine Sackgasse? Welche Alternativen können Sie aufzeigen? • Erlauben Ihre Aufgaben eine innere Differenzierung in dem Sinne, dass die gleichen Aufgaben von verschiedenen Schülern auf unterschiedlichem Niveau bearbeitet werden können? • Welche Fragen bzw. Anregungen sind geeignet, ein vertieftes Nachdenken der Kinder und ein Konzentrieren auf den mathematischen Kern der Aufgaben herauszufordern? • Welche Inhalte sollten Ihrer Ansicht nach Gegenstand der Rechen- bzw. Strategiekonferenz sein? • Welche Aspekte wollen Sie in der Zusammenfassung der wesentlichen Unterrichtsergebnisse besonders betonen? • Sind Ihre Aufgaben in besonderer Weise geeignet, Interaktion und Kommunikation zwischen den Schülern zu fordern und zu fördern? • Welche Sozialformen sind für eine Bearbeitung der Aufgaben geeignet? Favorisieren Sie eine Form oder streben Sie bewusst Vielfalt der Sozialformen an? • Welche Schwierigkeiten bei der Interaktion und Kommunikation der Schüler untereinander erwarten Sie? Welche Hilfen können Sie geben? • In welcher Form sollen die Ergebnisse der Strategiekonferenz zusammengefasst werden? Planen sie selbst eine zusammenfassende Darstellung? Sollen die Schüler ihre Ergebnisse dokumentieren? In welcher Form?

Detailliertere Ausführungen und exemplarische Konkretisierungen zu den o.g. fünf prozessbezogenen Kompetenzen finden Sie im Basispapier zum Modul 2 „Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten – Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule".

3. Elemente eines guten Mathematikunterrichts zwischen Offenheit und Zielorientierung

Grundschullehrerinnen und -lehrer haben diesen Beruf in der Regel nicht deshalb ergriffen, weil sie als Mathematiker, Germanisten oder Anglisten das jeweilige Fach unterrichten wollen; sie wollen vielmehr Lehrerinnen bzw. Lehrer für Kinder sein. Dieses Interesse am kindlichen Lernen und der Wunsch, deren Lernprozesse zu unterstützen, stehen im Schulalltag in der Gefahr, erschüttert zu werden. Verschlechterungen der schulischen Rahmenbedingungen und die zunehmende Übertragung zusätzlicher Aufgaben lassen Grundschule immer mehr als Reparaturbetrieb für Probleme erscheinen, die außerschulisch entstanden sind. Eine zunehmende Engführung von Unterricht kann Folge dieses Drucks von außen sein.

Kooperation mit Kolleginnen und Kollegen kann ein Weg aus diesem Teufelskreis sein (vgl. dazu das lesenswerte Buch von Baum / Wielpütz 2003). Verabreden Sie gemeinsame Veränderungen in kleinen Schritten, z. B.

- die Beobachtung eines „Problemkindes" in der Stillarbeitsphase,
- die Besprechung der Hausaufgaben auch unter der Perspektive der Lösungswege,
- eine herausfordernde Aufgabe, die von den Kindern in Gruppenarbeit gelöst werden soll,
- die gemeinsame Erstellung und Durchführung eines Tests u.v.a.m.

Wichtig ist, die Erfahrungen mit diesen neuen Wegen miteinander auszutauschen – und Erfolge zu feiern. Denn die Chancen für Erfolge sind bei dieser Vorgehensweise groß:

- Die Beobachtung in der Stillarbeitsphase kann geholfen haben, endlich zu verstehen, warum Jasmin bei Aufgaben des Typs ZE±ZE so große Schwierigkeiten hat.
- Ein unerwarteter Lösungsweg eines Kindes kann motivieren, zukünftig noch intensiver auf die Lösungsprozesse zu achten.
- Die guten Lösungen der Kinder in der Gruppenarbeit können Anlass sein, darüber nachzudenken, wie künftig nicht nur die Ergebnisse des Kunstunterrichts für alle sichtbar präsentiert werden, sondern auch die des Mathematikunterrichts.

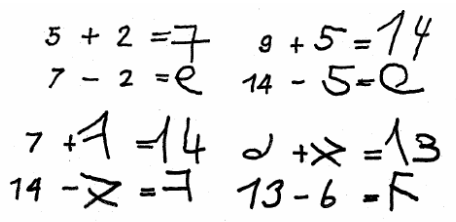
Wir müssen wieder lernen, den Kindern Mathematik zuzumuten, ihnen zumuten und Mut machen, sich auch an schwierig erscheinende Probleme heranzuwagen. (Vgl. dazu das Beispiel „Alina, Leonard und die Standards" im Kap. 1 dieses Beitrags; nebenbei: Haben Sie schon einmal bewusst wahrgenommen, wie häufig Erstklässler sagen „Das haben wir noch nicht gehabt!" – und wie häufig Dritt- und Viertklässler diese Äußerung von sich geben? Könnte es sein, dass diese Einstellung „Das haben wir noch nicht gehabt!" eine im Unterricht erlernte Einstellung ist?) Wir müssen wieder lernen, Kindern Zeit und Freiheit für ihr eigenes Lernen zu geben. Und wir müssen (wieder) lernen, Kinder zu beobachten, sie zu verstehen, ihre Gedanken nachzuvollziehen. Dazu gehört auch, dass wir ihnen Erfolgserlebnisse vermitteln, auch dann, wenn sie von einer „perfekten" Lösung noch ein Stück weit entfernt sind (vgl. Leonard im Kap. 1). Denn in nahezu jeder Lösung jedes Kindes lassen sich positive Ansätze für ein Weiterlernen finden. Es ist Aufgabe der Lehrerin bzw. des Lehrers, diese Anknüpfungspunkte zu identifizieren und dem Kind Wege für das Weiterlernen aufzuzeigen: Offenheit und Zielorientierung ist eine Grundhaltung dem kindlichen Lernen gegenüber, die sich durch drei andere Sichtwiesen auszeichnet, nämlich durch

- eine andere Sicht auf Fehler,
- eine andere Sicht auf Lernprozesse und
- eine andere Sicht auf Leistung.

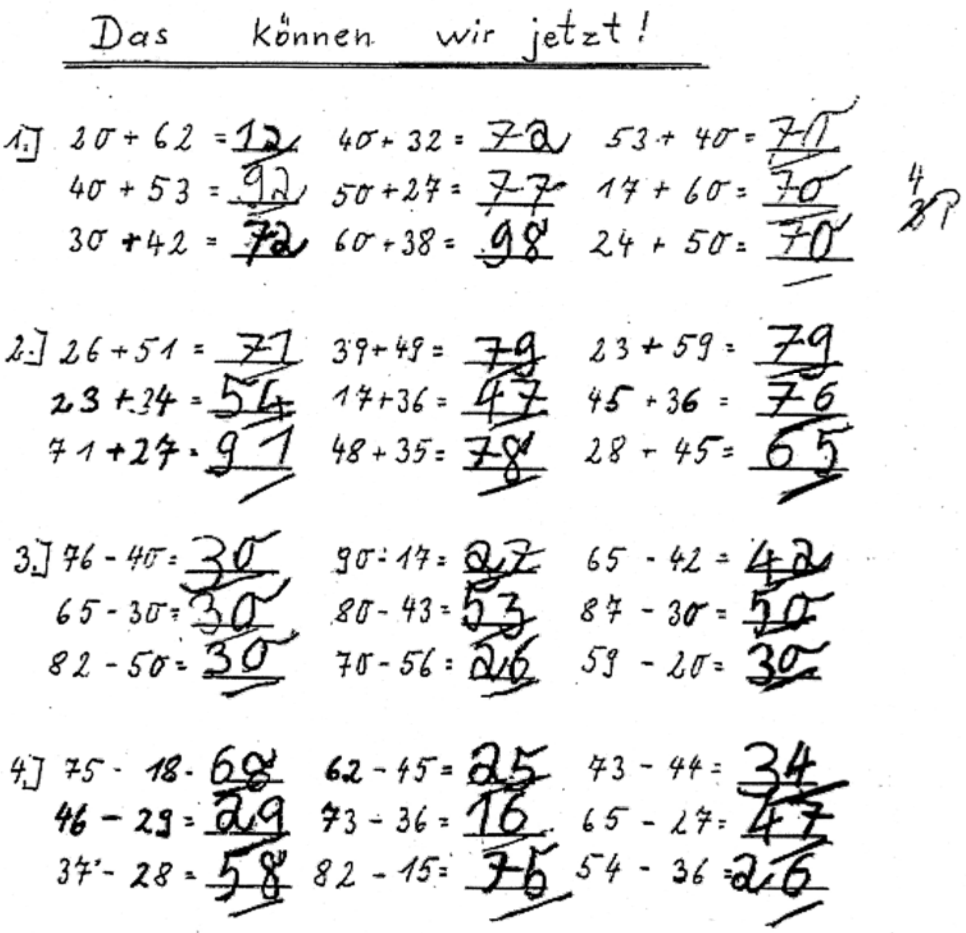
Dies wird in den folgenden Abschnitten, auch mit Beispielen, näher erläutert.

3.1 Eine andere Sicht auf Fehler

Lisa besucht die erste Klasse. Im Mathematikunterricht hat die Lehrerin erklärt, dass Plus-Aufgaben und Minus-Aufgaben zusammenhängen. Dazu sind viele Beispiele an der Tafel gerechnet worden. Dann hat es ein Arbeitsblatt gegeben. Ines hat alle Aufgaben gerechnet (vgl. nebenstehende Abbildung).



Daniel geht in die zweite Klasse. Beim Rechnen hat er schon lange Probleme; das weiß auch seine Lehrerin. Gegen Ende des Schuljahres wird ein Test geschrieben. Hoffnungsfroh schreibt die Lehrerin über den Test „Das können wir jetzt!". Das macht auch Daniel Mut. Bei der Abgabe des Tests ist er zuversichtlich: Er hat alle Aufgaben gerechnet und streng auf die Einhaltung der Regeln geachtet (vgl. die unten stehende Abbildung).


Das können wir jetzt!

1.] 20 + 62 = 12   40 + 32 = 72   53 + 40 = 71
40 + 53 = 92   50 + 27 = 77   17 + 60 = 70
30 + 42 = 72   60 + 38 = 98   24 + 50 = 70

2.] 26 + 51 = 71   39 + 49 = 79   23 + 59 = 79
23 + 34 = 54   17 + 36 = 47   45 + 36 = 76
71 + 27 = 91   48 + 35 = 78   28 + 45 = 65

3.] 76 - 40 = 30   90 - 17 = 27   65 - 42 = 42
65 - 30 = 30   80 - 43 = 53   87 - 30 = 50
82 - 50 = 30   70 - 56 = 26   59 - 20 = 30

4.] 75 - 18 = 68   62 - 45 = 25   73 - 44 = 34
46 - 29 = 29   73 - 36 = 16   65 - 27 = 47
37 - 28 = 58   82 - 15 = 76   54 - 36 = 26

Fragen

- Wie beurteilen Sie die Lösungen von Ines und Daniel?
- Welche Probleme haben die Kinder?
- Wie können diese entstanden sein?
- Was würden Sie machen, wenn Sie Lehrerin bzw. Lehrer von Ines bzw. Daniel wären?

Noch immer werden im Unterrichtsalltag die Schülerlösungen viel zu oft ausschließlich für Leistungsbeurteilungen genutzt. In diesem Sinne können die Arbeiten von Ines und Daniel den Eindruck bestätigen, den die Lehrerin vermutlich auch bisher schon hatte: Die Kinder sind in Mathematik einfach schlecht. Anscheinend sind sie für Mathematik nicht begabt.

Im Kontext der TIMS-Studie hat es u. a. Erhebungen zur Frage gegeben, auf welche Faktoren Lehrerinnen und Lehrer schlechte Leistungen ihrer (14jährigen) SchülerInnen im Fach Mathematik zurückführen. Fehlende Begabung ist für deutsche Lehrerinnen und Lehrer die als zentral angenommene Ursache.

Dieses Erklärungsmodell kann als Zeichen der Hilflosigkeit angesehen werden. Die Lehrkräfte wissen anscheinend nicht, von welcher Art die Probleme ihrer Schüler sind und können daher auch keine anderen Ursachen angeben als die einer vermuteten Minderbegabung. Ein Grund dafür ist sicher der, dass viele Lehrerinnen und Lehrer (vor allem in den weiterführenden Schulen) es weder in der ersten noch in der zweiten Phase der Lehrerausbildung gelernt haben, die Leistungen von Schülerinnen und Schülern zu diagnostizieren. Solche diagnostischen Kompetenzen sind aber notwendig, wenn man die tatsächlichen Probleme des Kindes identifizieren und auf der Grundlage dieser Kenntnis ein Förderprogramm für das Kind entwickeln will.

Die Diagnose von Schülerfehlern, deren Interpretation und die Entwicklung eines Förderplans sind nicht so schwierig, wie es auf den ersten Blick erscheinen mag. So zeigt Lisa zwei sehr typische Auffälligkeiten. Erstens schreibt sie Ziffern spiegelverkehrt, zweitens macht sie Rechenrichtungsfehler, d.h. sie verwechselt Addition und Subtraktion. Beides sind typische Auffälligkeiten, die man bei Kindern findet, die Probleme mit der Links-/Rechts-Unterscheidung haben. Diese Kinder produzieren dann im zweiten Schuljahr auffällig viele Zahlendreher. In einem ersten Schritt müsste überprüft werden, wie sicher Lisa links und rechts an sich selbst und am Gegenüber unterscheiden kann. Wenn sich der Verdacht auf Probleme bei der Links-/ Rechts-Unterscheidung bestätigt, dann müsste parallel zum Unterricht versucht werden, ihr in diesem Bereich zu helfen (entsprechende Memory- und Lotto-Spiele; das Tragen einer Uhr am linken Arm, damit sie wenigstens an sich selbst sicher links und rechts unterscheidet u.ä.; ausführlichere Hinweise dazu sind im Modul 4 „Lernstörungen als schulische Herausforderung" zu finden). Nicht fehlende Begabung ist die Ursache für die Probleme, die Lisa hat, sondern ein durchaus auch mit schulischen Mitteln identifizierbares Problem, das mit spezifischen Fördermaßnahmen behoben werden kann.

Das gilt auch für Daniel. Eine etwas genauere Analyse seiner Fehler zeigt, dass er ab Aufgabe 2 fast alle Aufgaben mit der gleichen Fehlerstrategie löst. Die Aufgabe 26+51 berechnet er ziffernweise extra, indem er zunächst 2+5=7 rechnet, die 7 notiert und dann noch die 1 von der 51 hinter die 7 schreibt. Mit genau dem gleichen Verfahren hat er zuvor einige Aufgaben richtig gelöst: Bei 50+27 rechnet er zunächst 5+2=7, schreibt die 7 auf und dann dahinter die 7 von der 27. Seine Fehler sind also keine Zufallsprodukte, sondern das Ergebnis intensiven Nachdenkens und einer für ihn plausiblen Regelbildung, mit der er in einigen Fällen auch erfolgreich ist. Viele Kinder, die noch gegen Ende des zweiten Schuljahres zählend rechnen, greifen auf solche Hilfskonstruktionen, insbesondere auf das Rechnen nach dem Verfahren „ziffernweise extra" zurück, weil sie dann nicht mit den „großen" Zahlen und ihren Bedeutungen rechnen müssen. Daniel müsste zunächst einmal lernen, sich vom zählenden Rechnen zu lösen und stattdessen operative Strategien des Rechnens zu nutzen (Ausführlichere Informationen zu Förderkonzepten für Kinder wie Daniel finden Sie ebenfalls im Modul 4 „Lernstörungen als schulische Herausforderung".)

Die Beispiele von Ines und Daniel sollten zeigen, wie wichtig in unserem Mathematikunterricht eine neue Kultur des Umgangs mit Fehlern ist. Denn es ist falsch,

- Fehler als störend anzusehen,
- sie zu tabuisieren,
- sie nur als Indikatoren für Misserfolge zu deuten,
- sie sofort zu korrigieren bzw. an der Tafel sofort zu löschen, um sie „auszumerzen" und
- sie nur quantitativ für die Leistungsbewertung zu nutzen.

Stattdessen sollten die Potenziale für Lernfortschritte genutzt werden, die in den (allermeisten) Fehlern stecken. Denn richtig ist, dass Fehler

- notwendige Begleiterscheinungen von Lernprozessen sind,
- fast immer auf vernünftigen Überlegungen basieren,
- oft als ein Zeichen einer individuellen, kreativen Vorgehensweise gedeutet werden können,
- als unterschiedliche Annäherungen an Erkenntnis und Einsicht anzusehen sind,
- sehr häufig sinnvolle Lösungsansätze enthalten, an die im Unterricht (z. B. in Rechen- bzw. Strategiekonferenzen) angeknüpft werden kann und
- vorzüglich qualitativ zur Diagnose von Lernschwierigkeiten genutzt werden können.

Eine veränderte Grundhaltung gegenüber Fehlern brauchen aber nicht nur Lehrerinnen und Lehrer; auch die Kinder (und ihre Eltern!) brauchen eine gelassenere Einstellung ihnen gegenüber. Vor allem, wenn es um die eigenen Fehler (bzw. um die der eigenen Kinder) geht, ist es aber sicher viel schwieriger, „locker" zu bleiben. Denn gerade Kinder mit Lernschwierigkeiten geraten in einen Teufelskreis, der die Probleme immer größer werden lässt; aus Angst, Fehler zu machen, werden sie unsicher und machen noch mehr Fehler. Wenn zudem die eigenen Klassenkameraden ein solches Kind auslachen, wird es sich bald gar nichts mehr zutrauen. Deshalb muss eine Lernatmosphäre geschaffen werden, in der Fehler selbstverständlicher Bestandteil des Unterrichts sind. Das bedeutet, dass auch Schülerinnen und Schüler Fehler nicht tabuisieren bzw. als „nicht so wichtig" oder auf andere Weise in ihrer Bedeutung herunterspielen dürfen. Auch die Kinder haben zu lernen, dass Fehler andere Lösungswege darstellen, denen wir alle gemeinsam – Kinder und Lehrkraft – auf die Schliche kommen müssen.

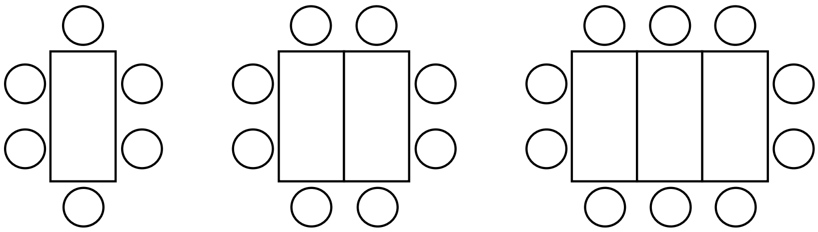
Es gibt keine Patentrezepte, wie eine solchen Fehlern gegenüber unverkrampfte Lernatmosphäre geschaffen werden kann. Das Vorbild der Lehrkraft spielt dabei sicher eine große Rolle. Wichtig ist außerdem, mit der Thematisierung von unterschiedlichen Vorgehensweisen nicht erst dann zu beginnen, wenn sich bei einem einzelnen Kind massive Schwierigkeiten zeigen. Konkret bedeutet das, dass vom ersten Schuljahr an immer wieder unterschiedliche Lösungswege thematisiert werden müssen, gelungene und weniger gelungene, richtige und falsche. Außerdem sollten auch die Kinder als „Fehlerdetektive" gefordert werden: Hier an der Tafel stehen fünf Rechenaufgaben, eine davon ist falsch gelöst. Wo ist der Fehler, wie kann er entstanden sein, wie würdest du dem Kind helfen? Erfahrungen mit diesem Verfahren zeigen, dass Kinder für ihre Mitschüler manchmal die besseren Lehrer sind als die Erwachsenen.

3.2 Eine andere Sicht auf Lernprozesse

Aktuelle Handbücher zum Mathematikunterricht in der Grundschule (z. B. Radatz u.a. 1996, 1998, 1999; Schipper/Dröge/Ebeling 2000; Wittmann/Müller 1992) bieten zahlreiche Anregungen für herausfordernde Aufgaben. Manche Lehrerinnen und Lehrer zögern jedoch, solche Aufgaben im Unterricht wirklich einzusetzen, weil diese nicht so recht in den stark lehrgangsorientierten Mathematikunterricht zu passen scheinen.

Ein Beispiel (aus Radatz u.a. 1999, S. 49): *Tische und Stühle*

Die ersten Bilder zeigen, wie viele Stühle man aufstellen kann, wenn Sechser-Tische an der langen Seite zusammengestellt werden.



Übertrage die Ergebnisse in die Tabelle.

Tische	1	2	3	4	5	
Stühle	6	8	10			

Kannst du die Tabelle fortsetzen, ohne neue Bilder zu malen? Wie viele Stühle kann man aufstellen, wenn man 10 Tische aneinanderstellt? Wie viele Tische brauchen wir für 44 Stühle? Kannst du dein Ergebnis begründen?

Tatsächlich kann man sich zu Recht fragen, wie diese Aufgabe in den inhaltlichen Kanon des Mathematikunterrichts der dritten Klasse passt. Der Zahlenraum stimmt nicht mit dem aktuell behandelten überein, es handelt sich „bloß" um Kopfrechnen und nicht etwa um die schriftliche Addition bzw. Subtraktion, die rechnerischen Anforderungen entsprechen dem Niveau der zweiten Klasse usw.

Mit einer solchen inhaltsbezogenen Perspektive kann man die Behandlung dieser Aufgabe tatsächlich kaum begründen. Anders stellt sich die Situation aus einer prozessbezogenen Perspektive dar. Die Aufgabe stellt ein mathematisches Problem dar, das von Kindern in dritten Klassen – am besten in Partner- bzw. Gruppenarbeit – gelöst werden kann, das Lösungen auf unterschiedlichem Niveau erlaubt (konkret handelnd, zeichnerische bzw. rein rechnerische Lösungen mit allen Zwischenstufen), das zu Vermutungen anregt, Kinder Hypothesen entwickeln lässt und die Kommunikation unter den Kindern fördert, kurz: das die Kinder herausfordert, Mathematik aktiv und in Kooperation miteinander zu betreiben. (Nebenbei: Auch Grundschullehrerinnen und -lehrer sollten sich von solchen und ähnlichen mathematischen Problemen herausfordern lassen. Entwickeln Sie eine Gleichung, der man die Anzahl der Stühle s in Abhängigkeit von der Anzahl der Tische t entnehmen kann.)

Missverstehen Sie diese Ausführungen bitte nicht in dem Sinne, dass die inhaltsbezogene Perspektive nun etwa durch die prozessbezogene abgelöst werden solle. Wir brauchen im Mathematikunterricht der Grundschule beide Sichtweisen und damit auch beide Schwerpunktsetzungen. Es gibt Inhalte, die aufeinander aufbauen und deshalb auch recht systematisch und lehrgangsmäßig behandelt werden müssen. Das ist allen praktizierenden Lehrerinnen und Lehrern vertraut. Weniger alltäglich ist die prozessbezogene Perspektive, also die Auswahl einer Aufgabe, weil diese gut geeignet ist, die mathematische Aktivität der Kinder herauszufordern und damit ihre prozessbezogenen Kompetenzen zu stärken.

Wer bisher keine Unterrichtserfahrungen mit solchen Aufgaben hat, sollte sich (im Verbund mit Kolleginnen bzw. Kollegen) behutsam heranwagen. Einmal pro Monat, alle vierzehn Tage oder gar einmal je Woche wählt man bewusst aus der prozessbezogenen Perspektive eine Aufgabe aus und tauscht die Unterrichtserfahrungen mit den „Mitstreitern" aus. Kolleginnen und Kollegen, die in diesem Bereich schon größere Erfahrungen haben, werden sich auch an die „Aufgabe des Monats" oder gar die „Aufgabe der Woche" (vgl. Radatz u.a. 1998, S. 64, S. 71f.; 1999, S. 49, S. 70; Schipper/Dröge/Ebeling 2000, vor allem S. 88ff.) herantrauen. Zu Beginn des Monats oder jeweils am Montag wird den Kindern eine herausfordernde Aufgabe gestellt, die diese im Laufe des Monats bzw. der Woche lösen sollen. Für die fortlaufende Präsentation der Lösungen wird ein „Schwarzes Brett" im Klassenraum reserviert. Am Ende der Bearbeitungszeit werden die Lösungen besprochen.

Bei solchen offenen Aufgaben, für die die Kinder noch keine Bearbeitungsschemata gelernt haben, ist damit zu rechnen, dass Lösungen auf sehr unterschiedlichem Niveau fortschreitender Mathematisierung geliefert werden. So hat Alina (vgl. Kap. 1) einen sehr eleganten Weg gewählt, die Summe der ersten 14 Vielfachen von 3 zu berechnen, während Leonard noch eine Zeichnung anfertigte und abschnittweise die Gesamtsumme berechnete. Ein Außenstehender würde möglicherweise Alinas Lösung als „besser" beurteilen als die von Leonard. Diese (unnötige) Bewertung ist jedoch aus zwei Gründen höchst problematisch. Erstens verdeckt eine solche Außensicht auf die fertigen Produkte die Perspektive auf die individuellen Lernfortschritte beider Kinder. Vielleicht zeigt sogar Leonard mit seiner Vorgehensweise die größeren Lernfortschritte als Alina, gemessen an den bisher im Mathematikunterricht gezeigten Kompetenzen. Zweitens verdeckt diese vergleichende Bewertung die positiven und ausbaufähigen Ansätze, die auch in der Lösung von Leonard stecken. Diese Ansätze müssen erkannt und in Rechenkonferenzen thematisiert werden. Die entscheidenden Vorteile solcher Rechenkonferenzen über die verschiedenen Vorgehensweisen zur Lösung der Aufgabe und über die unterschiedlichen Formen der Notation der Lösungswege ist, dass erstens allen Kindern deutlich wird, dass sie selbst eine vernünftige Vorgehensweise gewählt haben, dass zweitens solche Kinder wie Leonard die Möglichkeit haben, die schon fortgeschritteneren Vorgehensweisen der anderen Kinder im Vergleich zum eigenen Verfahren zu verstehen, so dass auch sie sich auf den Weg der fortschreitenden Mathematisierung machen können. Auf diese Weise wird Gemeinsamkeit durch den Austausch zwischen den SchülerInnen geschaffen, nicht durch eine Vorgabe „von oben" (vgl. Brügelmann 2004).

Wenn Lehrerinnen und Lehrer sowie die Kinder erst einmal gelernt haben, mit herausfordernden Aufgaben und Rechenkonferenzen umzugehen, dann besteht die große Chance, das Prinzip der fortschreitenden Mathematisierung nicht nur im Kontext besonderer Aufgaben zu nutzen, sondern zu einem allgemeinen Prinzip des gesamten Mathematikunterrichts werden zu lassen. Unter Verweis auf empirische Befunde, die zeigen, dass dieses Prinzip besonders bei Aufgaben zum (gestützten) Kopfrechnen und bei solchen mit Realitätsbezug erfolgreich ist, fordern Spiegel und Selter (2003, S. 59) die fortschreitende Mathematisierung als durchgehendes Unterrichtsprinzip und geben dafür eine dreifache Erklärung: „Für uns stützt dieser Befund – neben anderen Erkenntnissen – die Forderung, dass sich der Unterricht am Prinzip der fortschreitenden Mathematisierung orientieren sollte. Das bedeutet...

- die Schüler dazu zu ermutigen, bei der Bearbeitung von Kontextaufgaben oder anderen für sie sinnvollen Aufgaben ihr (Vor-)Wissen zu zeigen; die informellen Schülerlösungen bilden den Ausgangspunkt des Unterrichts (das ‚*Individuelle*´, wie mache ich es?);
- die Schüler dazu anzuregen, über ihre eigenen Vorgehensweisen zu reflektieren und diese mit anderen zu vergleichen (das ‚*Soziale*´, wie macht ihr es?);
- die Schüler dabei zu unterstützen, zunehmend elegantere, effizientere und weniger fehleranfällige Rechenmethoden zu erwerben (das ‚*Reguläre*´: Wie macht man es? Oder: Wie kann man es machen – und wie noch?)."

3.3 Eine andere Sicht auf Leistung

In unserem Mathematikunterricht dominiert noch viel zu häufig das Lösen isolierter Aufgaben. Dabei handelt es sich meistens um solche Aufgaben, die zu der zuvor eingeübten Lösungsprozedur passen. Üben wird so zu einem Einschleifen von Standard-Lösungsverfahren. Durch die anschließende Besprechung bzw. Korrektur dieser Aufgaben wird – wenn auch unbeabsichtigt – bei den Kindern der Eindruck erweckt, im Mathematikunterricht komme es vor allem auf die Produkte, nämlich die richtigen Lösungen an. Das wesentliche Ziel des Mathematikunterrichts, nämlich das Lösen mathematischer Probleme und die Thematisierung der damit verbundenen Lösungsprozesse rückt auf diese Weise in den Hintergrund und droht im Bewusstsein der Kinder keinen Platz zu finden.

Sicher sollten wir uns davor hüten, eine extreme Produktorientierung nun durch eine extreme Prozessorientierung zu ersetzen. Selbstverständlich ist es auch in Zukunft wichtig, dass Mathematikaufgaben richtig gelöst werden. Die Dominanz dieser Produktorientierung muss aber durch eine stärkere Beachtung der kindlichen Lösungsprozesse reduziert werden. Das bedeutet z. B., dass in der Besprechung der Aufgaben nicht nur die Ergebnisse verglichen werden, sondern auch die Rechenwege (s.o. „Einige wichtige Fragen im Mathematikunterricht“).

Diese Forderung, den Lösungsprozessen größere Aufmerksamkeit zu schenken, muss sich auch in der Leistungsbewertung niederschlagen. In vielen Grundschulen – insbesondere im Mathematikunterricht – herrscht immer noch ein vorwiegend ergebnis- bzw. produktorientiertes Leistungsverständnis vor, das primär abhebt auf Resultate und Ergebnisse gelöster oder nicht gelöster Aufgaben bzw. Problemstellungen. Die im Glauben einer mehr oder minder großen Objektivität beurteilten Klassenarbeiten bzw. schriftlichen Lernkontrollen bestimmen weitgehend die Leistungsbeurteilung. Zumindest gleich berechtigt eingehen sollte in die Leistungsbeurteilung jedoch der Lern- und Lösungsprozess (dynamischer Leistungsbegriff), indem verstärkt die Lösungsprozesse der Kinder zur Grundlage der Leistungsbewertung gemacht werden, etwa der Vollzug der *Kommunikation*, die Beteiligung des Kindes an der Herausarbeitung einer Lösung (*Kooperation*), die Entwicklung einer Erkenntnis (*mathematische Gesetzmäßigkeiten entdecken*) oder auch einer Kritik (*argumentieren*), das Beschreiben und Begründen eines Lösungsweges, das Problembewusstsein, die Fähigkeit zum Finden von Lösungswegen, das Erkennen und Überwinden von Fehlern, die Selbstständigkeit beim Bearbeiten von Aufgaben, kurz: die *Problemlösefähigkeit* und die *Ausdauer* bei der Lösung von Aufgaben.

Über das Lernverhalten, die Lernfortschritte und die Leistungen einzelner Kinder im Mathematikunterricht kann die Lehrerin demnach aus drei Bereichen Aufschlüsse gewinnen:

- aus mündlich gelösten Aufgaben und schriftlich bearbeiteten Problemstellungen während des Unterrichts oder speziell entworfenen schriftlichen Lernkontrollen (*ergebnisorientierte Leistungsbewertung*). Die Beurteilung von Hausaufgaben ist in diesem Rahmen aus verschiedenen Gründen kritisch zu sehen (Hilfen der Mutter, Benutzen eines Taschenrechners u.a.);
- aus der unmittelbaren Beobachtung der Kinder während des Mathematikunterrichts in sachgebundenen sprachlichen Auseinandersetzungen, bei Problemlöseprozessen oder bei fachspezifischen Aktivitäten (*prozessorientierte Leistungsbewertung*);
- aus der intensiveren Analyse der Lösungswege einschließlich der Fehler und Schwierigkeiten über Einzelgespräche mit einem Kind oder durch „lautes Denken" (*diagnoseorientierte Leistungsbewertung*).

Protokollbögen für solche alternativen Leistungsbeobachtungen finden Sie in dem Beitrag von Schipper 1998b. Im Modul 9 „Leistung im Mathematikunterricht" wird diese Thematik ausführlicher behandelt.

4. Schlussbemerkungen

Immer die richtige Balance zwischen Offenheit und Zielorientierung zu finden, ist unbestritten sehr schwierig, wenn nicht gar unmöglich. In jeder Unterrichtsstunde sind innerhalb kürzester Zeit so viele unterschiedliche Entscheidungen zu treffen, dass Fehlentscheidungen nahezu unvermeidlich sind. Sie können ja selbst mal die Probe aufs Exempel machen. Lassen Sie einfach einmal in einer Unterrichtsstunde eine Videokamera laufen und schauen Sie sich (am besten, wenn Sie gut aufgelegt und allein sind) diese Videoaufzeichnung an. Sie werden überrascht, wenn nicht gar erschrocken sein, wenn Sie sehen, wie viele Entscheidungen Sie im Nachhinein mit etwas mehr Zeit lieber anders getroffen hätten. Hier hilft nur die Grundhaltung, die auch Kinder benötigen: Mit Fehlern muss man leben und kann man leben. Wichtig ist nur, sich dieses Problems bewusst zu sein, Fehler als Chance für das Weiterlernen anzusehen und sie für weitere Verbesserungen zu nutzen, für Verbesserung der eigenen Unterrichtsführung, für Verbesserung der Unterrichtsqualität und damit auch der Kompetenzen der Kinder.

Auf diese Nachsicht und zugleich konstruktive Nutzung von Fehlern haben Lehrkräfte *und* Kinder ein Anrecht. Beide Gruppen können so gemeinsam eine andere Sicht auf Fehler, auf Lernprozesse und auf Leistung entwickeln.

Literatur

Bauer, R. (1997): Lernen an Stationen in der Grundschule: Das 1 x 1 üben. Berlin: Cornelsen / Scriptor.

Baum, M. /Wielpütz, H. (Hrsg.) (2003): Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer.

Bobrowski, S. / Schipper, W. (2001): Leitfragen zur Offenheit und Zielorientierung. In: Grundschule 33, H. 3, S. 16 – 17.

Brügelmann, H. (2004): Zur unvergänglichen Hoffnung auf die Entwicklung der guten Schule durch eine Evaluation „von oben". Manuskript für das Themenheft „Evaluation (in) der Erziehungswissenschaft und Pädagogik" der Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Pädagogik, 2004. (Download möglich unter http://www.grundschulverband.de)

Radatz, H./Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (1996): Handbuch für den Mathematikunterricht - 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Radatz, H./Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (1998): Handbuch für den Mathematikunterricht - 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Radatz, H./Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht - 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Rottmann, T. / Schipper, W. (2002): Das Hunderter-Feld – Hilfe oder Hindernis beim Rechnen im Zahlenraum bis 100? In: Journal für Mathematik-Didaktik, 23, H. 1, S. 51-74.

Schipper, W. (1998a): Schriftliches Rechnen - ein Fossil mit Zukunft. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 119, S. 10-16.

Schipper, W. (1998b): Prozeßorientierte Leistungsbewertung im Mathematikunterricht. In: Grundschulunterricht, H. 11, S. 21-24.

Schipper, W. (2001): Offenheit und Zielorientierung. In: Die Grundschule, 33, Heft 3, S. 10 - 15.

Schipper, W. (2003): Lernen mit Material im arithmetischen Anfangsunterricht. In: Baum, M. / Wielpütz, H.: Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer, S. 221 – 237.

Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (2000: Handbuch für den Mathematikunterricht - 4. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Schütte, S. (1994) : Mathematiklernen in Sinnzusammenhängen. Stuttgart: Klett.

Selter, Ch. (1993): Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe. Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag.

Selter, Ch. / Spiegel, H. (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart: Klett.

Spiegel, H. / Selter, Ch. (2003): Wie Kinder Mathematik lernen. In: Baum, M. /Wielpütz, H. (Hrsg.) (2003): Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer, S. 47 – 65.

Sundermann, B. / Selter, Ch. (2000) : Quattro Stagioni – Nachdenkliches zum Stationenlernen aus mathematikdidaktischer Perspektive. In: Meier, R. u.a. (Hrsg.): Üben und Wiederholen, Friedrich Jahresheft 2000, Seelze, S. 110-113.

Wielpütz, H. (1998): Erst verstehen, dann verstanden werden. In: Die Grundschule, 30, Heft 3, S. 9 - 11.

Wittmann, E.Ch./Müller G.N. (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Bd. 1, Bd. 2. Stuttgart: Klett.

Anhang

Einige Anregungen für die weitere Arbeit

(1) Eine andere Sicht auf Fehler: Weiterentwicklung der diagnostischen Kompetenzen

Für einen guten Mathematikunterricht im Spannungsfeld zwischen Offenheit und Zielorientierung sind diagnostische Kompetenzen unerlässlich. Denn nur dann, wenn Lehrerinnen und Lehrer verstehen, was die Kinder machen, können sie ihnen auch die notwendigen Hilfestellungen geben. Drei Aspekte sind denkbar, die diese weitere Arbeit leiten können.

1.1 Analyse und Thematisierung kindlicher Eigenproduktionen

Ziel dieser Aktivitäten sollte es zunächst sein, dass Lehrerinnen und Lehrern selbst solche Eigenproduktionen (vgl. z. B. Leonard) zu verstehen versuchen, gemeinsam interpretieren und Ideen entwickeln, wie ein Unterricht gestaltet werden kann, der an diese individuellen Vorgehensweisen anknüpft. In einem weiteren Schritt kann überlegt werden, auf welche Weise solche Eigenproduktionen auch Gegenstand des Unterrichts selbst (Rechenkonferenzen) sein können.

Hilfreiche Literatur

Selter, Ch. / Spiegel, H. (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart: Klett.

Spiegel, H. / Selter, Ch. (2003): Wie Kinder Mathematik lernen. In: Baum, M. /Wielpütz, H. (Hrsg.) (2003): Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer, S. 47 – 65.

1.2 Analyse kindlicher Materialhandlungen

Nicht selten sind schon die Materialhandlungen der Kinder die Quelle für Rechenfehler. Ziel der Aktivitäten sollte es daher sein, die Aufmerksamkeit von Lehrerinnen und Lehrer auf diese Materialhandlungen zu lenken. Zunächst können Beispiele aus der Literatur bearbeitet werden. Später können dann eigene Videoaufzeichnungen von Kindern beim Umgang mit Material Gegenstand der Beratungen werden.

Hilfreiche Literatur

Rottmann, T. / Schipper, W. (2002): Das Hunderter-Feld – Hilfe oder Hindernis beim Rechnen im Zahlenraum bis 100? In: Journal für Mathematik-Didaktik, 23, H. 1, S. 51-74.

Schipper, W. (2003): Lernen mit Material im arithmetischen Anfangsunterricht. In: Baum, M. / Wielpütz, H.: Mathematik in der Grundschule – Ein Arbeitsbuch. Seelze: Kallmeyer, S. 221 – 237.

<u>1.3 Diagnostik der mathematischen Vorkenntnisse von Schulanfängern</u>

Vorkenntnisse von Schulanfängern können einerseits mit mehr oder weniger standardisierten (Test-)Verfahren, andererseits mit eher informellen Methoden (z. B. „lautes Denken") erhoben werden. Die Testverfahren haben in der Regel den Vorteil, dass sie schneller durchzuführen und leichter auszuwerten sind; als Testergebnis bekommt man dafür aber auch meistens nur den Hinweis, welche Kinder als „Risikokinder" anzusehen sind. Informelle Prüfverfahren sind meist zweitaufwendiger und schwieriger zu interpretieren, haben aber den Vorteil, dass sie Einblicke in die Lösungsprozesse der Kinder gewähren.

Hilfreiche Literatur

Hasemann, K. (2003): Anfangsunterricht Mathematik. Heidelberg/Berlin: Spectrum, S. 27 – 40.

Radatz, H./Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (1996): Handbuch für den Mathematikunterricht - 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel, S. 19 – 33.

(2) Eine andere Sicht auf Lernprozesse: Erfahrungen mit herausfordernde Aufgaben

In 3.2 ist die besondere Bedeutung herausfordernder Aufgaben in einem modernen Mathematikunterricht beschrieben und dargestellt worden, wie Lehrerinnen und Lehrer solche Aufgaben zunehmend in ihren eigenen Unterricht integrieren können. Die mit Kolleginnen und Kollegen abgestimmte Durchführung solcher Versuche erscheint aus unserer Sicht sehr lohnenswert für die weitere Arbeit, weil vermutlich nur auf der Basis solcher eigenen Erfahrungen weitere Kolleginnen und Kollegen davon überzeugt werden können.

Hilfreiche Literatur

Radatz, H./Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht - 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (2000: Handbuch für den Mathematikunterricht - 4. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Wittmann, E.Ch./Müller G.N. (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Bd. 1, Bd. 2. Stuttgart: Klett.

(3) Offenheit und Zielorientierung bei der Behandlung schriftlicher Rechenverfahren

Ausgelöst durch die rasante technologische Entwicklung in den letzten zwei bis drei Jahrzehnten und durch neuere Vorstellungen über die zentralen Ziele des Mathematikunterrichts („Mathematik entdecken") hat sich der Stellenwert schriftlicher Rechenverfahren in der Grundschule nachhaltig verändert. Damit einher geht auch die Notwendigkeit einer veränderten unterrichtlichen Behandlung. Nicht mehr allein Beherrschung der Technik kann das zentrale Ziel sein; im Mittelpunkt stehen vielmehr Bemühungen um ein Verständnis für die Verfahren. Das hat Auswirkungen auf die Art der Einführung und auf durchzuführende Übungen, mit denen die Vertiefung des Verständnisses angestrebt und zugleich Kindern Gelegenheit für mathematische Entdeckungen gegeben werden muss. Besondere Aufmerksamkeit verdient sicher die schriftliche Subtraktion, weil hier in den letzten Jahren die nachhaltigsten Veränderungen vollzogen wurden.

Hilfreiche Literatur

Schipper, W. (1998): Schriftliches Rechnen - ein Fossil mit Zukunft. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 119, S. 10-16.

Radatz, H./Schipper, W./Dröge, R. & A. Ebeling (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht - 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Bitte notieren Sie hier Ihre eigenen Ideen für die weitere Arbeit.