Problemlösen lernen für alle

Prof. Dr. Regina Bruder

Soltau 2005

1. Was wird (sinnvollerweise) unter Problemlösenlernen verstanden? Und: Um welche Lernziele geht es ?

2. Welche (neuen/expliziten) Inhalte sind wichtig?

3. Wie kann man „Problemlösen-lernen“ im MU für alle Schüler/innen organisieren und gestalten?

4. Trainingsaufbau – Unterrichtskonzept (Zusammenfassung)

5. Fortbildungsgestaltung zu Problemlösen und Selbstregulation

http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Hauptschule_Mathematik_BS_307KMK.pdf

(K 2) Probleme mathematisch lösen

Dazu gehört:

–vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,

–geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,

–die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren.

1. **Was ist mit Problemlösen lernen im MU gemeint?**

Eine Aufgabe wird für ein Individuum dann zu einem Problem, wenn sie ungewohnt erscheint und nicht sofort eine erfolgversprechende Lösungsidee parat ist...

Problemlösen lernen meint insbesondere:

Methoden zum Lösen individuell schwieriger Aufgaben kennen und anwenden lernen http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Hauptschule_Mathematik_BS_307KMK.pdf

Wie viel Flüssigkeit passt ungefähr in dieses Fass? (Bild gegeben)

Begründe deine Antwort.

Auszubildender Maximilian soll die Preisschilder schreiben. Er denkt: „Donnerwetter, erst wurde um 20 % gesenkt und dann noch einmal um 30%. Jetzt kostet die Anlage ja nur noch die Hälfte!“

Was meinst du dazu? Begründe deine Aussage.

Recorder bisher 150€ - jetzt nur noch:.....

Die Elisabeth-Hauptschule organisiert für alle 517 Schüler ein Schulfest. Die neunten Klassen bieten Glücksspiele an.

a) Die Klasse 9a hat ein Glücksrad, bei dem auf jedem schwarzen Feld ein Preis gewonnen wird. Anne dreht das Glücksrad einmal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie einen Preis gewinnt?

1. Und: Um welche Ziele geht es?

Die Lernenden

- erkennen mathematische Fragestellungen - auch in Alltagssituationen - und können solche Fragestellungen formulieren.

- kennen mathematische Modelle bzw. geeignete Vorgehensweisen zur Bearbeitung mathematischer Fragestellungen und können diese situationsgerecht anwenden.

- entwickeln Anstrengungsbereitschaft und Reflektionsfähigkeit für ihr eigenes Handeln.

Was soll durch Mathematikunterricht von der Mathematik

verstanden,

Mathematische Gegenstände ... als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art ... begreifen.

behalten und

Problemlösefähigkeiten (heuristische Fähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen)

angewendet werden können?

Erscheinungen der Welt um uns ... in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen.

1.Problemlösenlernen im MU - Ziele

- Problemlösen heißt Fragen stellen
- Probleme, die nicht verstanden wurden, können auch nicht gelöst werden

Worum geht es?

- Erfolgreiches Problemlösen setzt solides Basiswissen voraus

Was weiß ich alles schon im Zusammenhang mit dem Problem?

- Problemlösen hat eine experimentelle Komponente - erfordert „Ausprobieren“

Welche Methoden und Techniken stehen mir zur Verfügung?

- Problemlösen heißt Schwierigkeiten überwinden

1.Ziele und Vision

http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Hauptschule_Mathematik_BS_307KMK.pdf

Wie viel Flüssigkeit passt ungefähr in dieses Fass? (Bild gegeben)

Begründe deine Antwort.

Auszubildender Maximilian soll die Preisschilder schreiben. Er denkt: „Donnerwetter, erst wurde um 20 % gesenkt und dann noch einmal um 30%. Jetzt kostet die Anlage ja nur noch die Hälfte!“

Was meinst du dazu? Begründe deine Aussage.

Recorder bisher 150€ - jetzt nur noch:.....

Die Elisabeth-Hauptschule organisiert für alle 517 Schüler ein Schulfest. Die neunten Klassen bieten Glücksspiele an.

a) Die Klasse 9a hat ein Glücksrad, bei dem auf jedem schwarzen Feld ein Preis gewonnen wird. Anne dreht das Glücksrad einmal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie einen Preis gewinnt?

Welche Methoden und Techniken stehen mir zur Verfügung?

-Vergleichsgrößen finden

-Mit einem konkreten Preis ausprobieren

-Alle Möglichkeiten abzählen

Welche Methoden und Techniken stehen mir zur Verfügung?

-Vergleichsgrößen finden – Rückführung auf Bekanntes

-Mit einem konkreten Preis ausprobieren

-Alle Möglichkeiten abzählen

Strategie:

Mach's konkret –

Probiere es aus am Beispiel!

Tipps zum Textverständnis:

Lies die folgende Aufgabe zunächst durch. Stelle dir vor, dein Freund hat ab und zu Probleme mit Textaufgaben und versteht diese Aufgabe nicht.
Du möchtest ihm helfen. Formuliere dazu Fragen, die man sich stellen sollte, wenn man eine Aufgabe verstehen möchte.

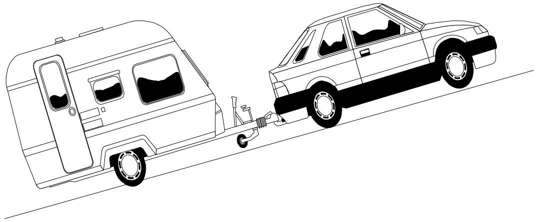
Wie kann man sich klar machen, worum es in der Aufgabe geht?

- Probleme, die nicht verstanden wurden, können auch nicht gelöst werden: Worum geht es?

1.Ziele und Vision - Beispiel

Wohnwagen-Aufgabe

Familie Maier verbrachte dieses Jahr ihre Sommerferien in Österreich. Bei der Straße von Innsbruck nach Zehfeld ist auf 2,2km ein Höhenunterschied von 330m. Familie Maier macht Campingurlaub mit einem 6m langen Wohnwagen. Auf der Beschreibung des Anhängers stand, dass ein PKW mit Anhänger nur eine Steigung von 12% schafft. Durfte Herr Maier mit seinem 90 PS Auto die Straße von Innsbruck nach Zehfeld fahren?



Textverständnis – Beispiel 2

Familie Schmidt möchte auf ihrem Grundstück eine Terrasse anlegen. Sie soll die Form eines Rechtecks haben, kann aber auf Grund bestehender Anpflanzungen maximal 7 m lang und höchstens 5 m breit werden.

a) Zur Vorbereitung der Pflasterung wird diese Fläche einen halben Meter tief ausgeschachtet. Wie viel Kubikmeter Erde fallen an?

b) In dem Werbeprospekt eines Baumarktes findet Familie Schmidt ein Angebot für Terrassenplatten verschiedener Größe. Familie Schmidt möchte nur ganze Platten einer Größe verlegen.

Was würdest du Familie Schmidt empfehlen? Begründe deine Entscheidung.

35 cm x 35 cm 2,50€ pro Stück **40 cm x 40 cm 2,90€ pro Stück**

Worum geht es? Wesentliches unterstreichen, mit eigenen Worten beschreiben

Visualisieren (Skizze – Informative Figur) hilft beim Textverständnis

Was weiß ich alles schon im Zusammenhang mit dem Problem?

a) Rechteckige Terrasse – Quaderform des auszuhebenden Erdreiches

b) Bekanntes Rechteck soll mit Quadraten geg. Größe ausgelegt werden – Ziel: Nur ganze Platten, möglichst preiswert

Welche Methoden und Techniken stehen mir zur Verfügung?

a) Volumen eines Quaders ausrechnen

b) Probieren wie es passt – mit einer Zeichnung ...

1.So kann man Problemlösen lernen:

VORHER:

Worum geht es?

Was weiß ich alles schon im Zusammenhang mit dem Problem?

Welche Methoden und Techniken stehen mir zur Verfügung?

DANACH:

Was hat uns geholfen, die Aufgabe zu lösen?

- Welche Mathematik?

- Welche Strategien?

Welche Lerntipps lassen sich ableiten ?

1. Was wird (sinnvollerweise) unter Problemlösenlernen verstanden? Und: Um welche Lernziele geht es ?

2. **Welche (neuen/expliziten) Inhalte sind wichtig?**

3. Wie kann man „Problemlösen-lernen“ im MU für alle Schüler/innen organisieren und gestalten?

4. Trainingsaufbau – Unterrichtskonzept (Zusammenfassung)

5. Fortbildungsgestaltung zu Problemlösen und Selbstregulation

2. Welche (neuen/expliziten) Inhalte sind wichtig?

Heuristische Hilfsmittel:

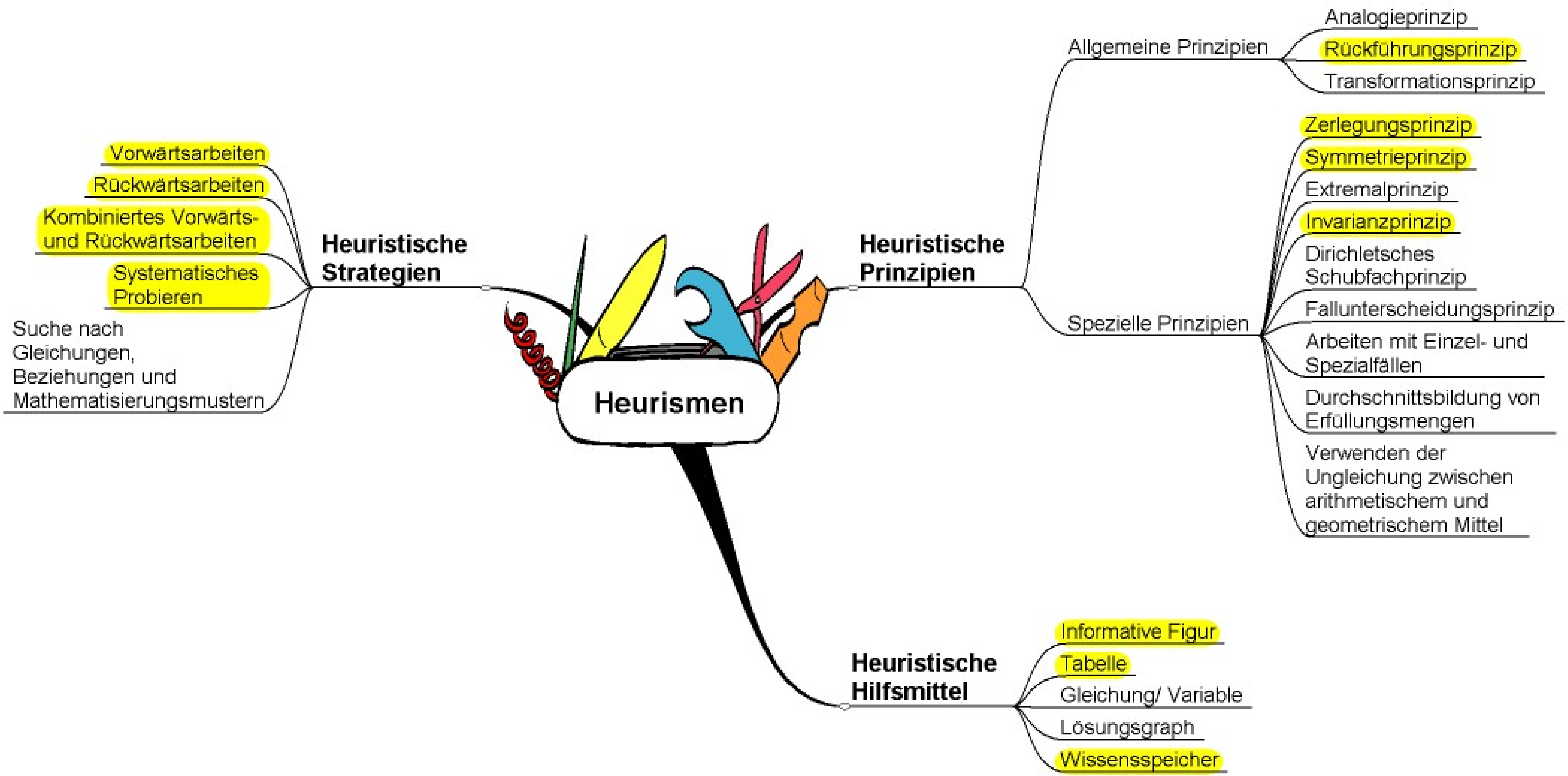
Skizze (Informative Figur) zum Textverständnis und zum Finden einer Lösungsidee

…

Heuristische Strategien und Prinzipien:

Probiere mit einem Beispiel
Rückführung auf Bekanntes
Systematisches Erfassen aller Möglichkeiten
...

2.Überblick über Problemlöseheuristiken



Heureka – ich habs!

Zentrale Idee: Problemlösekompetenzen erwerben durch Förderung geistiger Beweglichkeit über das Ausbilden von Teilhandlungen des Problemlösens in Verbindung mit heuristischen Hilfsmitteln und Strategien

Wirkprinzip: Mit dem Erlernen von Heuristiken kann mangelnde geistige Beweglichkeit (in einem Kontextbereich) teilweise kompensiert werden!

Inhalte: Heuristiken erlernen

Merkmale geistiger Beweglichkeit

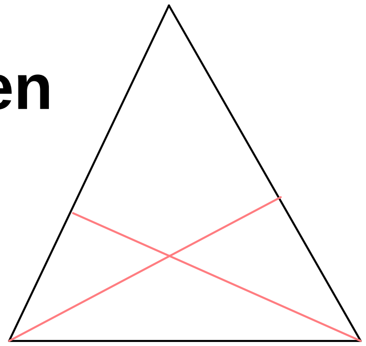
Reduktion - vereinfachen, veranschaulichen, Teilprobleme oder Beispiele betrachten

Reversibilität - Umkehren von Gedankengängen

Aspektbeachtung - eine Idee konsequent weiter verfolgen

19 17 25 33 41 49

Aspektwechsel - loslassen und einen neuen Blickwinkel wählen



Problemlösenlernen im MU - Inhalte

- **Reduktion:**
  Vereinfachen, Veranschaulichen, Teilprobleme oder Beispiele betrachten

Heuristische Hilfsmittel:
informative Figur, Tabelle, Gleichung
Fallunterscheidung, Zerlegung

- **Reversibilität:**
  Umkehren von Gedankengängen

Rückwärtsarbeiten,
Kombiniertes VA-RA

- **Aspektbeachtung:**
  gleichzeitiges Beachten mehrerer Aspekte, die Abhängigkeit von Dingen erkennen und gezielt variieren

Invarianzprinzip

Extremalprinzip

Symmetrieprinzip

- **Aspektwechsel:**
  Wechsel von Annahmen und Kriterien; loslassen; Sachverhalt umstrukturieren

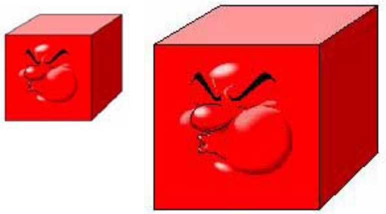
Transformationsprinzip

Problemlösenlernen im MU - Inhalte

Beweglichkeitsaspekt Heurismen

Reversibilität Rückwärtsarbeiten Umkehraufgaben

Was müsste ich kennen, um das Gesuchte bestimmen zu können?



„Würfelschmelzaufgabe“

Zwei Metallwürfel mit gegebener Kantenlänge von 2 cm und 4cm werden zu einem neuen Würfel zusammen geschmolzen. Welche Oberfläche hätte dieser neue Würfel?

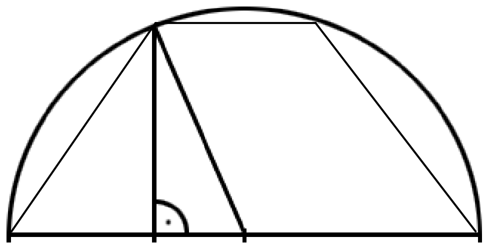
Variation: Die beiden Würfel werden zu einem Quader geformt. Welche ganzzahligen Maße könnte ein solcher Quader erhalten?

„7-Tore-Aufgabe“

Ein Mann geht Äpfel pflücken. Um mit seiner Ernte in die Stadt zu kommen, muss er 7 Tore passieren. An jedem Tor steht ein Wächter und verlangt von ihm die Hälfte seiner Äpfel und einen Apfel mehr. Am Schluss bleibt dem Mann nur ein Apfel übrig. Wie viele hatte er am Anfang?

Aspektbeachtung

Symmetrieprinzip



Aus einem Halbkreis soll das flächengrößte Trapez herausgeschnitten werden.

Systematisches Probieren (Variieren, „Wackeln“...)

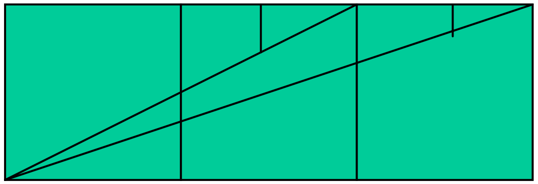
Aspektwechsel:

Transformationsprinzip

Variiere die Bedingungen!

Betrachte Gegebenes und Gesuchtes in verschiedenen Zusammenhängen!

Zerlege, ergänze oder verknüpfe mit Neuem!



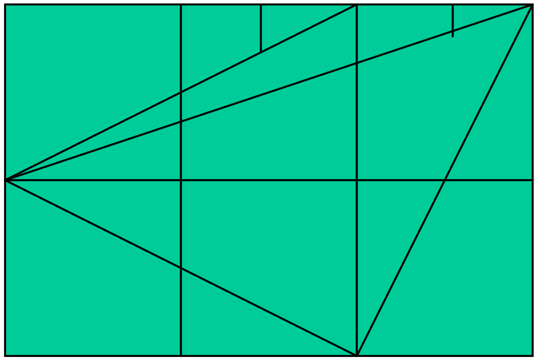
Aspektwechsel:

Transformationsprinzip

Variiere die Bedingungen!

Betrachte Gegebenes und Gesuchtes in verschiedenen Zusammenhängen!

Zerlege, ergänze oder verknüpfe mit Neuem!



Heurismen - Unterstützungsangebote

Erläuterung heuristischer Strategien, Beispiele

unter www.math-learning.com und in der

Zeitschrift „mathematik lehren“ Heft 115

Beispiele zur Einführung und Übung von Problemlösestrategien in Klasse 5 -10 (verschiedene Suchfilter) in der

Mathe-Aufgaben-Datenbank

www.madaba.de

Schülerportal:

www.mathe-zirkel.de

1. Was wird (sinnvollerweise) unter Problemlösenlernen verstanden? Und: Um welche Lernziele geht es ?

2. Welche (neuen/expliziten) Inhalte sind wichtig?

3. **Wie kann man „Problemlösen-lernen“ im MU für alle Schüler/innen organisieren und gestalten?**

4. Trainingsaufbau – Unterrichtskonzept (Zusammenfassung)

5. Fortbildungsgestaltung zu Problemlösen und Selbstregulation

3.Wie kann man „Problemlösen-lernen“ im MU für alle Schüler/innen organisieren und gestalten?

Erste Voraussetzung: Die Lernenden müssen interessiert sein am Problemlösenlernen – durch Einsicht und Erfahrung, welchen Nutzen es bringt

Methode: Kreativitätstraining

Zweite Voraussetzung: Geschickte „Vermittlung“ der heuristischen Strategien und Hilfsmittel

Erste Voraussetzung: Die Lernenden müssen interessiert sein am Problemlösenlernen – durch Einsicht und Erfahrung, welchen Nutzen es bringt

Aufgabe: Notiere möglichst viele verschiedene Möglichkeiten, was man mit einem Mauerstein alles anfangen kann! (1 min Zeit)

Die gefundenen Möglichkeiten werden zusammen getragen – gebündelt nach typischen Eigenschaften des Objekts, die dabei verwendet wurden

- Form – Material - Gewicht

Strategie: Zunächst von einem Objekt (einer Situation) die typischen Eigenschaften feststellen und dann Verwendungsmöglichkeiten entsprechend diesen Eigenschaften suchen!

Mauersteinbeispiel: - Form – Material - Gewicht

Strategie: Vorwärtsarbeiten

Neue Aufgabe: Notiere möglichst viele verschiedene Möglichkeiten, was man mit einem Bleistift alles anfangen kann! (1,5 min Zeit)

Problemlösenlernen im MU - Inhalte

Die Lernenden

- erkennen mathematische Fragestellungen, auch in Alltagssituationen, und können solche Fragestellungen formulieren.

- Stadtrundgang mit der „Mathematikbrille“...

  Frage: Wo ist Mathematik versteckt ?

- Kreation einer neuen Leckerei, eines Zeltes...-

  Frage: Wo wird Mathematik benötigt?

- Realsituationen mathematisch beschreiben:
  Codierung,
  Bau einer Autobahnabfahrt,

  Proportionen in der Natur (Fibonacci) usw.

  Frage: Wie kann man solche Situationen/Zusammen-
  hänge mathematisch beschreiben?
  Welche Vorteile kann eine mathematische
  Beschreibung bieten?

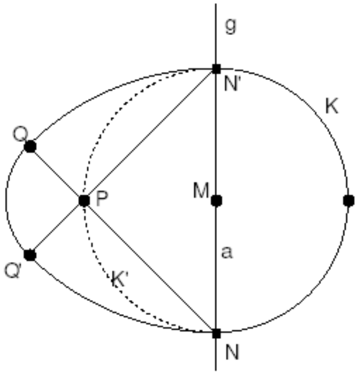
Impressionen aus unserer Küche (Julia und Ulla)

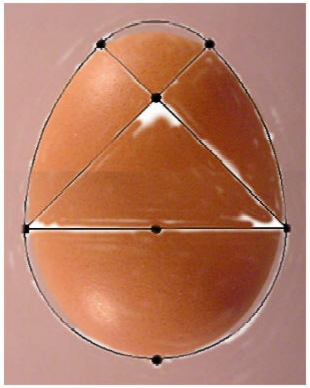
Über den Durst stellte sich uns plötzlich die Frage, wie die Eichmarke eigentlich ans Glas kommt und ob sie auch richtig angebracht ist - am Ende kriegt man immer zu wenig für sein Geld !!!

Wir scheiterten dann fast an folgendem Problem:

Zwei Eier kochen zusammen 6 Minuten. Aber wie lange kochen dann 6 Eier ???

Und wie lässt sich so ein Ei zeichnen, dass es wirklich echt aussieht???





Aufgabe:

Stelle dir vor, du bist zur mathematischen Beratung bei FERRERO eingestellt und wirst heute in der HANUTA-Abteilung erwartet.

Welche (sinnvollen) Fragen könnte man an eine HANUTA-Waffel stellen, zu deren Beantwortung Mathematik erforderlich ist?

Und im Test: Welche Fragen können bei der Renovierung deines Zimmers auftreten, zu deren Beantwortung Mathematik erforderlich ist? Notiere zwei solcher Fragen.

Reflektion:

Welches sind typische Fragen, die Mathematiker stellen und auch zu beantworten versuchen?

-etwas optimieren

-etwas schrittweise verfeinern, annähern

-einen Algorithmus finden (eine „Formel“) für einen Zusammenhang

-Mathematische Modelle für Realsituationen finden, Simulationen

Wenn man eine Lösung für ein Problem gefunden hat:

- Ist das die einzige Lösung? Kann man das beweisen?
- Kann man die spezielle Lösung auch verallgemeinern?

Reflektion:

Wie findet man recht schnell sehr viele Möglichkeiten, um etwas gestalten, entscheiden oder untersuchen zu können?

(Kreativitätstraining mit Strategie „Vorwärtsarbeiten“)

Welche Eigenschaften hat das Objekt – welche Merkmale hat die Situation?

- davon ausgehend neue Optionen finden, Folgerungen ziehen

Alltagsbezug:

bewusst wahrgenommene Entscheidungsmöglichkeiten fördern Autonomie und Selbstwertempfinden, Ichstärke

3. Unterrichtskonzept

1. Gewöhnen an heuristische Methoden und Techniken durch Reflektion im Anschluss an eine Aufgabenlösung:
   Was hat uns geholfen, die Aufgabe zu lösen?

2. Bewusstmachen einer heuristischen Strategie anhand eines markanten Beispiels
   „7-Tore-Aufgabe“ für Rückwärtsarbeiten
   Hanuta-Waffel für Vorwärtsarbeiten

3. Wenige ähnliche Beispiele aber unterschiedlicher Schwierigkeit bereit stellen (Wahlmöglichkeit für die Schüler) zur selbständigen Bearbeitung

4. Beispiele aus anderen mathematischen Gebieten und der Lebenswelt suchen, bei denen die neue Strategie auch Anwendung finden kann (Kontexterweiterung der Strategieanwendung)

5. Das eigene Problemlösemodell aufschreiben: Wie gehe ich vor, wenn ich eine schwierige Mathematikaufgabe lösen will?

Geschlossen formuliert, aber *viele Lösungswege*

Claudia nimmt die Hälfte der Murmeln aus ihrem Sack und behält sie für sich. Dann gibt sie zwei Drittel der Murmeln, die noch im Sack waren, Peter. Sie hatte jetzt sechs Murmeln übrig. Wie viele Murmeln waren am Anfang im Sack gewesen?

(*) Keks-Aufgabe:

Alexa und Gerd bekommen zusammen insgesamt 26 Kekse geschenkt. Zwei essen sie sofort auf, den Rest wollen sie teilen. Alexa soll doppelt so viele bekommen wie Gerd, weil sie lange krank war. Wie viele Kekse bekommt jeder?

(**) Altersaufgabe:

Eine Mutter sagt zu ihrer Tochter: „Als ich geboren wurde, war Oma 21 Jahre alt. Als du geboren wurdest, war ich 21 Jahre alt und heute sind wir beide zusammen gerade 21 Jahre älter als Oma.“ Wie alt sind Tochter, Mutter und Oma?

Aspektbeachtung

Invarianzprinzip

Suche in Unterschiedlichem das Gemeinsame!

Was bleibt gleich?

Bildungsvorschrift bei Zahlenfolgen

Treffpunktaufgaben: Ort ist gleich

Altersaufgaben: Altersdifferenz bleibt gleich

In einem Käfig sind Fasanen und Kaninchen. Man zählt 24 Köpfe und 62 Beine. Wie viele Tiere von jeder Art sind im Käfig?

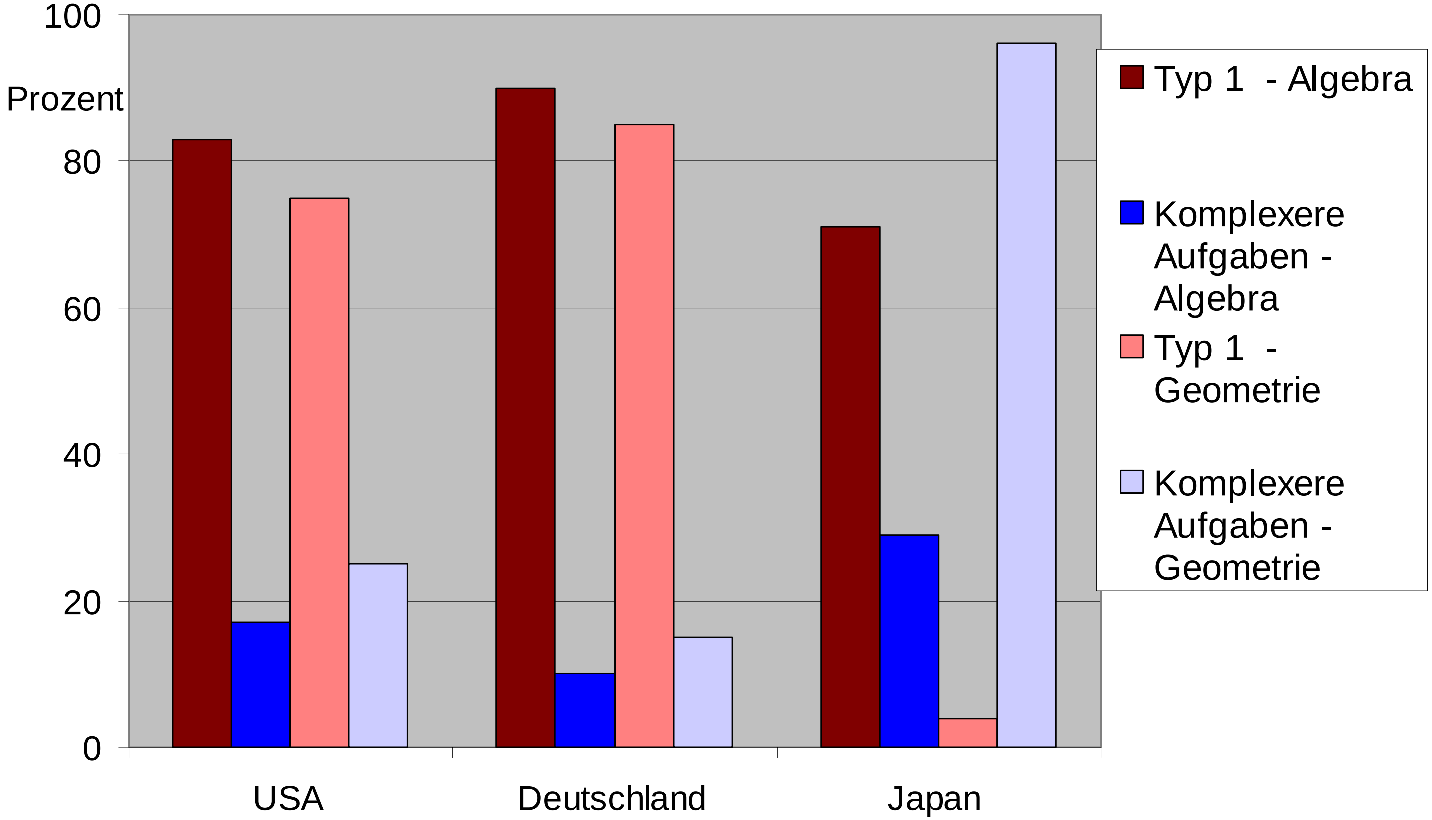
Extremalprinzip

Was ist eine „gute“ Problemlöseaufgabe?

Aufgabenformate und Methoden für nachhaltiges Lernen

von mathematischen Verfahren/Sätzen und Problemlösestrategien

Forschungsergebnisse zum Arbeiten mit Aufgaben im MU



- TIMS-Videostudie: BRD,USA, Japan 22 h pro Land mit insgesamt ca. 1000 Aufgaben (J.NEUBRAND 2003)

Aufgaben vergleichen – verschiedene Blickwinkel

-Didaktische Funktion

-Schülertätigkeit, Motivationspotenzial

(erkennen, beschreiben, verknüpfen, anwenden/ausführen, begründen, interpretieren)

-**Mathematischer Gehalt**

-**Aufgabentyp** (acht Zieltypen), **Aufgabenformat**

-**Schwierigkeitsgrad**

(Formalisierung, Komplexität, Bekanntheit, Ausführungsaufwand)

Problemlösenlernen im MU - Aufgaben

- Welche Aufgabentypen sind zentral für nachhaltiges Lernen?

- Basiswissen sichern mit geeigneten Aufgaben für
  - verstandene Grundlagen (Lernprotokoll, Expertenmethode) und
  - intelligentes Üben und Vernetzen (Kopfübung und Führerschein, Lernen an Stationen)

- Individualisierte Lernangebote durch offene Aufgaben (Trichtermodell, Blütenmodell, Lösungswegevielfalt)

Problemlösenlernen im MU - Aufgabentypen

Gegebenes	Transformationen	Gesuchtes	
X	X	X	gelöste Aufgabe (stimmt das?)
X	X	-	einfache Bestimmungsaufgabe
-	X	X	einfache Umkehraufgabe
X	-	X	Beweisaufgabe, Spielstrategie
X	-	-	schwere Bestimmungsaufgabe, auch: open ended tasks, Variation
-	-	X	schwierige Umkehraufgabe
-	X	-	Aufforderung, eine Aufgabe zu erfinden
(-)	-	-	offene Problemsituation (Trichtermodell)

Aufgabenformate und -typen

Ziel- oder Strukturtyp

Ein modernes Aufgabenkonzept oder ein Beitrag zur Aufgabenkultur bedeutet:

Es kommen in einer Unterrichtseinheit alle 8 Strukturtypen von Aufgaben angemessen vor!

Begründung: Diese Aufgabentypen bilden wesentliche Lerntätigkeiten ab, ermöglichen Vernetzung, bieten individuelle Freiräume und erfordern methodische Variabilität des Unterrichts

Geschlossen formuliert, aber *viele Lösungswege*

„Blütenmodell“ – Expertenmethode

schafft Entlastung im Unterricht)

Variation der Fliesenaufgabe:

a) Parkettierung der geplanten Fläche mit einer Sorte Fliesen finden

b) analog zu bisherigem b)

c) Parkettierung mit verschiedenen Größen möglich

„Trichtermodell“ - Gruppenarbeit, Projektarbeit

arbeitsteiliges Vorgehen bei Zerlegungen und „echten“ Modellierungen
(neue Kompetenzen gefordert: Kommunizieren, Präsentieren)

Was sind offene Aufgaben?

Geschlossen formuliert, aber *viele Lösungswege*

(Vergleich und Würdigung der Lösungswege schwierig)

In einem Bus ist ein Drittel der Plätze mit Erwachsenen besetzt – 6 Plätze mehr werden von Kindern belegt. 9 Plätze sind frei. Wie viele Plätze hat der Bus?

„Blütenmodell“ – Expertenmethode

schafft Entlastung im Unterricht)

„Trichtermodell“ - Gruppenarbeit, Projektarbeit

arbeitsteiliges Vorgehen bei Zerlegungen und „echten“ Modellierungen

(neue Kompetenzen gefordert: Kommunizieren, Präsentieren)

BIQUA Bildungsqualität von Schule

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1

Rechnung: $\frac{1}{3}$ Erwachsene + $\frac{1}{3}$ Kinder + 9 freie Plätze
+6

$= 9+6 = 15$ / $15 \cdot 3 = 45$

Antwort: 45 Plätze hat der Bus

2

$\frac{1}{3} = k$ $\quad 6 = E$ $\quad 9 =$

$9+6 = 15$

$15:3 = 5$ $\quad 1 = 5$ $\quad 5 \cdot 3 = 15 + 15 = 30$

3

15 Plätze = 2 Drittel

~~5 Plätze = 1 Drittel~~

$X + 9 + 6 = 6$

$6 + 6 + 6 = 18$

4

R: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + 15$ P. $= \frac{47}{3}$

5

R:

15 Plätze (Kinder)

~~$\frac{2}{3}$ = 15~~

6 + 9 Plätze = 15 Plätze

$15 = \frac{2}{3}$

$15:2 = 7{,}5$

$7{,}5 \cdot 3 = 22{,}5$ Plätze

A: Der Bus hat 22,5 Plätze!

6

9	+	15	+	9
10	+	16	+	9
11	+	17	+	9
12	+	18	+	9
13	+	19	+	9
14	+	20	+	9
15	+	21	+	9

$\underbrace{15}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{21 + 9}_{\frac{2}{3}}$

„Trichtermodell“ - Gruppenarbeit, Projektarbeit

-Wie lange dauert ein Wasserwechsel im Schwimmbad?

-Froschkönig:
Wie kann man die goldene Kugel so variieren, dass die Prinzessin wirklich damit spielen könnte?

-Vereinsbeitragsaufgabe:
Neuen Beitrag gerecht festlegen - wie?

- Realmodellierungen: Autobahnabfahrt ...

Der Hoba Meteorit ist der älteste bisher gefundene Meteorit auf der Erde. Entdeckt wurde er 1920 von Jacobus Hermanus Brits. Der Meteorit liegt auf dem Gelände der Hoba Farm in Namibia. Er wird auf 190 bis 410 Millionen Jahre geschätzt und schlug vor ca. 80 000 Jahren auf der Erde ein. Er besteht etwa zu 82% aus Eisen, zu 16% aus Nickel und zu 1% aus Kobalt. Darüber hinaus enthält er noch weitere Spurenelemente.

Schätze ab, wie schwer dieser Meteorit ist! Beschreibe deinen Lösungsweg!

Aufgaben mit aufsteigender Komplexität und Offenheit:

An der Anlegestelle einer großen Fähre steht:

Karte	**1 Person**	**50€**
Blockkarte	**8 Personen**	**380€**
Blockkarte	**20 Personen**	**900€**

a) Welchen Preis hat eine Gruppe von 4 Personen zu zahlen?

b) Wie viele Karten bekommt man für 300€ ?

c) Handelt es sich bei der Preistabelle um eine proportionale Zuordnung? Begründe.

d) Für 24 Schüler rechnet Frank einen Preis von 1140€ aus. Maike meint, dass die Gruppe noch günstiger fahren kann. Hat Maike recht? Begründe.

e) Die Fährgesellschaft will eine Blockkarte für 50 Personen einführen. Was wäre ein angemessener Preis?

Quelle: Jordan, Uni Kassel 2004

Problemlösenlernen im MU - Aufgaben

Ein geschlossenes Einstiegsproblem wird schrittweise erweitert, verallgemeinert – in diesem Sinne ***geöffnet:***

„Blütenmodell" (z.B. PISA-Aufgaben)

Müller-Mufflig-Aufgabe:

Familie Müller wandert mit ihren beiden kleinen Kindern auf einem Rundweg über 12km im Odenwald und plant dafür 4h ein. Eine Stunde nach ihrem Start tropft es bei Herrn Mufflig durch die Decke. Müllers Waschmaschine ist defekt!

Herr Mufflig läuft aufgebracht den Müllers mit 5km/h hinterher.

Wann und wo wird er Müllers treffen können?

Würdest du auch hinterherlaufen?

- Variationen -

Was ist eine „gute“ Problemlöseaufgabe?

Sie bietet
- reichhaltige Tätigkeiten auf verschiedenen Ebenen
- verschiedene/neue Sichtweisen auf mathematische Inhalte
- Vernetzungen
- Anwendungsmöglichkeiten heuristischer Strategien

Sie können verschiedene Formate besitzen:

geschlossen mit verschiedenen Lösungswegen

offen ...als Blütenmodell

...als Trichtermodell

www.madaba.de

Unterrichtsqualität sichern
durch die Art des Arbeitens mit Aufgaben

- Kompetenzen zur ***Aufgabenanalyse*** ermöglichen eine flexible Aufgabenauswahl und unterstützen Methodenvielfalt

Ein erfolgreiches ***Arbeiten mit Aufgaben***

erfordert aber auch lernpsychologische

Kenntnisse,u.a.: **Lernfortschritt erfordert**

- Eine *selbst gestellte Lernaufgabe der Schüler*
- Erarbeitung einer *Orientierungsgrundlage* für die notwendigen Schülerhandlungen

Problemlösenlernen im MU - Ziele

1. Mathematische Fragen finden und formulieren. Mathematikbrille

2. Heuristiken in 4 Schritten kennen lernen
(gewöhnen durch Reflektion – neue Strategie am Beispiel bewusst machen – anforderungsdifferenziert üben – Kontext der Strategieanwendung erweitern)

3. Ziel noch offen: Schüler entwickeln Anstrengungsbereitschaft und Reflexionsfähigkeit für ihr eigenes Handeln.

- Strategien für selbstreguliertes Lernen (insbesondere Willensstrategien) vermitteln (SMS-Technik)
- Erfolgserlebnisse ermöglichen (offene Aufgaben: Blütenmodell)
- Binnendifferenzierung (Wahlaufgaben, offene Aufgaben)
- Anlässe für eigenverantwortliches Lernen (*Langfristige HA, Lernprotokoll, Selbsteinschätzung*)

Hausaufgabenkonzept

Anstrengungsbereitschaft stärken

(Willen entwickeln, Ablenker meiden, realistische Ziele stellen, Verantwortung für das eigene Lernen übernehmen)

mit einem Hausaufgabenkonzept! (CD; Autorin: E. Komorek)

Die Lernenden notieren am Ende jeder Hausaufgabe:

Beginn: **Ende:**

Verwendete Hilfsmittel:

Offene Fragen:

Effektive Kontrollformen (mehr Verantwortung für eigenes Lernen!)

-**Hausaufgabenfolie (Präsentation durch einen Schüler)**

-**Karteikastensystem, Gruppenkontrolle – Gruppenpräsentation**

Selbsteinschätzung - bitte Zutreffendes ankreuzen!

Themenbereich	kann ich gut	geht so	muß mir nochmal eine(r) erklären	mit etwas Übung kann ich das wieder	brauche Hilfe! (werde selbständig üben!)
Kopfrechnen					
Bruchrechnung					
Maßumwandlungen					
Dreisatz, Prozentrechnung					
Termumformungen					
Zuordnungen					
Lineare Funktionen					
Winkel					
Flächenberechnungen					
Terme aus Texten aufstellen					
Gleichungssysteme					
Wurzeln					
Pythagoras					
Strahlensätze					
Dreieckskonstruktionen					

Lernprotokoll – was ist das?

Einstieg in eine Stunde (Ersatz/Alternative für HA-Kontrolle):

-alle Schüler/innen beantworten ca. 3 Fragen schriftlich – keine Bewertung

-Fragentyp: Lernanlässe schaffen für Reflektionen!

- das Einstiegsbeispiel der Unterrichtsreihe beschreiben
- eine Grundaufgabe und ihre Umkehrung lösen
- wo kann man das neue Verfahren/den Satz anwenden – und wo nicht?
- welche typischen Fehler können auftreten?

Beispiel für ein Lernprotokoll (Klasse 9):

1. Wie kann man die Länge einer unzugänglichen Strecke bestimmen, wenn ein Maßband und ein Winkelmessgerät zur Verfügung stehen? (*Einführungsbeispiel erläutern*)

2a) Stelle zur gegebenen Strahlensatzfigur zwei passende Gleichungen auf! (*Zeichnung vorgeben*)

2b) Zeichne eine Strahlensatzfigur, für die folgendes gilt:

$$x : 20 = (x + 40) : 28$$

3. Welche Fehler können passieren, wenn man die Strahlensätze für Berechnungen anwendet?

4. Wann kann man Strahlensätze anwenden und wann nicht? Gib jeweils ein Beispiel an!

Name: ....

Lernprotokoll zu Prozent und Prozentsatz

1. % - Warum machen wir das? (*Anwendungen*)

2. Welche Möglichkeiten kennst du, um Anteile zu vergleichen? (*Stichwort: Klassensprecherwahl*)

3. Vergleiche den Zuckeranteil von Nuss-Nougat-Creme und Marmelade (Buch S. 45, rechts unten[1]) auf mindestens 2 Arten.

4. Formuliere Fragestellungen mit %, die dich interessieren.
   Verwende im Text möglichst 60 € und 15 %.

Quelle: E. Hasenbank-Kriegbaum (Idstein)

[1] Nuß-Nougat-Creme (20g): 6 g Fett, 12 g Zucker; Erdbeer-Marmelade (25 g): 0 g Fett, 15 g Zucker

Heurismen im Lernprotokoll - Reflexion

Tipps zum Textverständnis $\Rightarrow$

Erst lesen und verstehen – dann Lösungsversuche starten!

Überlege, was man alles verkehrt machen kann !

Bei der ***Würfelknetaufgabe*** haben wir die Strategien „Vorwärtsarbeiten“ und „Rückwärtsarbeiten“ geübt.

Wie geht man vor, wenn man die Strategie Vorwärtsarbeiten anwendet?

Wie geht man vor, wenn man die Strategie Rückwärtsarbeiten anwendet?

Wo kann man diese Strategien sinnvoll nutzen?

4. Zusammenfassung – Konzept

Trainingsaufbau- Unterrichtskonzeption

Projektstart mit Kreativitätstraining, Mathebrille...mit dem Ziel, den Sinn und Nutzen von heuristischen Strategien zu erfahren

- Vorstellen „neuer" Strategien an einem Musterbeispiel (Eselsbrückeneffekt) bzw. alternativer Lösungswege
- bewusste Strategieanwendung auf Wahlaufgaben (drei Schwierigkeitsgrade) mit variierenden Kontexten
  - Übungen mit Vorgehensreflexion und Erkennen individueller Präferenzen bei Strategieanwendungen
  - Zuordnen passender Strategien zu Problemaufgaben, ohne sie gleich zu lösen
  - Erarbeiten individueller Problemlösemodelle mit der Fragetechnik – fixieren auf Plakaten, Merkblättern
- Kontexterweiterung der Strategieanwendungen, Lebenswelt, andere mathematische Gebiete

Gemessene Effekte

Signifikanter Leistungszuwachs im Test !

Besondere Förderung leistungsschwächerer Schüler.

Deutlich gesteigerter bewusster Hilfsmitteleinsatz,
Stabilität der Effekte bei Nach-Nachtest !

Weniger Angst vor mathematischen Anforderungen -
signifikant höhere Bearbeitungsquote!

Veränderter Umgang mit Fehlern und

gewachsene Selbstreflexion (mit Unterstützung durch ein Lerntagebuch)

1. Was wird (sinnvollerweise) unter Problemlösenlernen verstanden? Und: Um welche Lernziele geht es ?

2. Welche (neuen/expliziten) Inhalte sind wichtig?

3. Wie kann man „Problemlösen-lernen“ im MU für alle Schüler/innen organisieren und gestalten?

4. Trainingsaufbau – Unterrichtskonzept (Zusammenfassung)

5. **Fortbildungsgestaltung zu Problemlösen und Selbstregulation**

Bausteine für eine nachhaltige Problemlösefortbildung:

1. Inputveranstaltung(en) zu Problemlösen und Selbstregulation

2. Erprobung im eigenen Unterricht in einer Klasse möglichst im Klassenteam – mindestens ein Halbjahr

   Betreuung über Internet „ProLehre“ unter www.problemloesenlernen.de

3. Erarbeitung von konkreten Materialien:
   - eine eigene Problemlöseaufgabe (für madaba)
   - eine langfristige Hausaufgabe mit SR-Elementen
   - eine Beschreibung einer Unterrichtsstunde zum PL-Lernen

4. Abschlusstreffen mit Präsentation und Evaluation

1. <u>Inputveranstaltung(en) zeitversetzt: a+b, c</u>

   a) Heuristiken lernen, um verschiedene Lösungswege finden, würdigen und beurteilen zu können

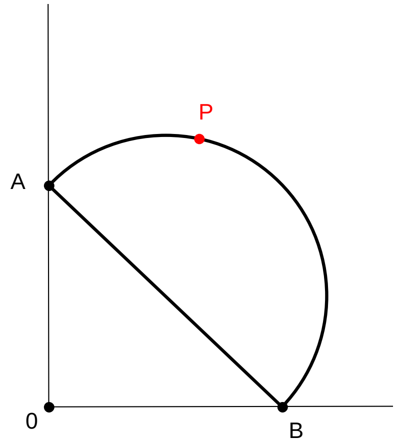
   (Materialien – CD, Mathe-Welt)

   b) Methodik des Erlernens heuristischer Strategien kennen lernen in Verbindung mit Aufgabenkonzept

   c) Methodik der Einbeziehung von Selbstregulationsstrategien in den MU – über ein Hausaufgabenkonzept

   Lernprotokoll, Selbsteinschätzungsangebote

   Betreuung über Internet „ProLehre“ unter www.problemloesenlernen.de



Fernsehshow früher (Ungarn 1979):

The semicircular disc glides along two legs of a right angle. Which line describes point P on the perimeter of the half circle?

1) Übersetzt die Aufgabe aus der englischen Sprache in die deutsche Sprache.
2) Baut eine Vorrichtung aus Bierdeckeln, Stecknadeln oder ähnlichen Materialien, um die Aufgabenstellung anschaulich demonstrieren zu können.

3) Lasst jemand aus eurer Familie raten, auf welcher Kurve sich der Punkt nach unten bewegt
4) Gebt dann erst dem Familienmitglied eure Vorrichtung und lasst es seine Vermutung spielerisch ausprobieren.

5) Macht eventuell ein Foto von diesem Moment des Ausprobierens und notiert kurz die Reaktionen.
6) Zeichnet dann selbst mehrere Lagen des Halbkreises beim Heruntergleiten.
7) Beschreibt die Kurve, auf der der Punkt P sich dabei bewegt, so präzise wie möglich.
8) Findet eine Begründung für die Kurvenform.

Quelle:Distler Bensheim

Quellennachweis:

Winter, H. : Mathematikunterricht und Allgemeinbildung, In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik Nr. 61, 1995, S. 37-46

Ferner sei verwiesen auf Bruder, Regina:

Lernen, geeignete Fragen zu stellen. Heuristik im Mathematikunterricht. In: mathematik lehren 115 (2002), S.4 - 8

Mathematik lernen und behalten. In: Heymann, H.-W. (Hrsg.): Lernergebnisse sichern. PÄDAGOGIK 53 (2001), Heft 10, S. 15 -18

Verständnis für Zahlen, Figuren und Strukturen. In: Heymann, H.-W.(Hrsg.): Basiskompetenzen vermitteln. PÄDAGOGIK 53 (2001), Heft 4, S.18-22

Konzepte für ein ganzheitliches Unterrichten.- In: mathematik lehren 101 (2000), S. 4 - 11

Mit Aufgaben arbeiten.- In: mathematik lehren 101(2000), S. 12 - 17

Eine akzentuierte Aufgabenauswahl und Vermitteln heuristischer Erfahrung - Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle.-In: Flade/Herget (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS - Anregungen für die Sekundarstufen.- Volk und Wissen 2000

Elementares Können wachhalten. Führerscheine im Mathematikunterricht.Friedrich Jahresheft 2000, S.101-104